Abitur 2026 Mathematik Stochastik III

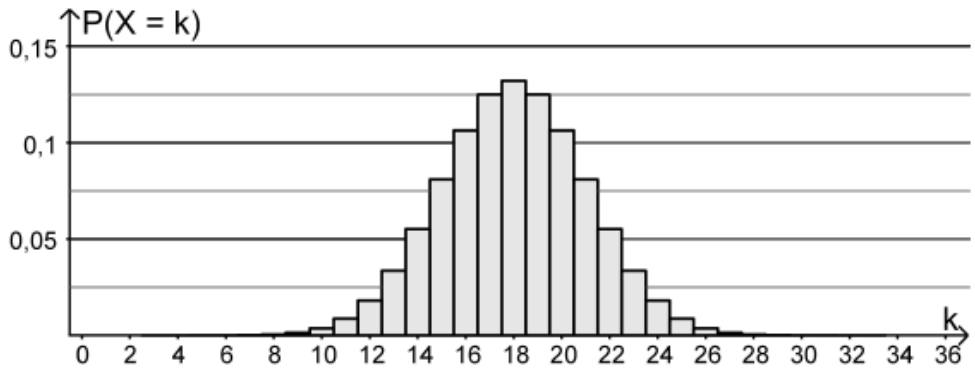
Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern $n = 36$ und $p = 0,5$.

Teilaufgabe Teil A a (1 BE)

Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit $P(X = 27)$ berechnet werden kann.

Teilaufgabe Teil A b (4 BE)

Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.



Ermitteln Sie einen Näherungswert für $P(\mu - 0,5 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 0,5 \cdot \sigma)$, wobei μ der Erwartungswert und σ die Standardabweichung von X ist.

Eine Gruppe von zwölf Studierenden unternimmt mehrere Exkursionen in den Nationalpark Berchtesgaden, um dort lebende Bergeidechsen zu untersuchen.

Bei jeder Exkursion untersucht die Gruppe 20 Bergeidechsen. Die Anzahl der weiblichen Bergeidechsen unter den 20 Bergeidechsen kann jeweils durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern $n = 20$ und p beschrieben werden. Der Wert von p unterliegt jahreszeitlichen Schwankungen. Für den Zeitraum der ersten Exkursion gilt $p = 0,5$.

Teilaufgabe Teil B 1a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Die Gruppe untersucht bei ihrer ersten Exkursion genau 10 weibliche Bergeidechsen."

B: „Die Gruppe untersucht bei ihrer ersten Exkursion mehr weibliche als männliche Bergeidechsen."

Teilaufgabe Teil B 1b (3 BE)

Begründen Sie, dass bei der ersten Exkursion die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X um mindestens 3 vom Erwartungswert von X abweicht, mit dem Term $2 \cdot P_{0,5}^{20}(X \leq 7)$ berechnet werden kann.

Teilaufgabe Teil B 1c (4 BE)

Bei der zweiten Exkursion gilt $p < 0,5$. Für bestimmte Werte von p ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den 20 untersuchten Bergeidechsen mindestens eine weibliche Bergeidechse befindet, mindestens 98 %. Ermitteln Sie auf ganze Prozent genau den kleinstmöglichen dieser Werte von p.

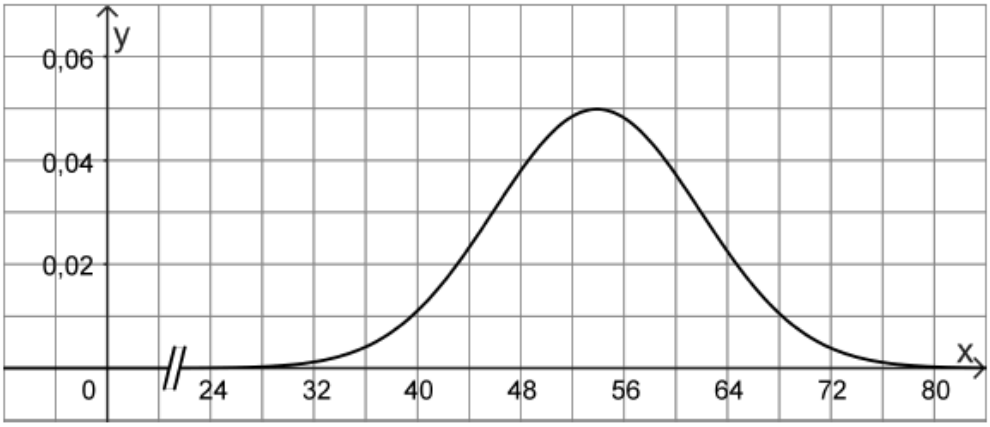
Teilaufgabe Teil B 2 (3 BE)

Die zwölf Studierenden übernachten nach der zweiten Exkursion in einer Berghütte mit zwei nur für diese Gruppe reservierten Zimmern, von denen das „Bergzimmer" acht und das „Talzimmer" sieben Betten hat. Angenommen, jeder Person aus der Gruppe wird zufällig ein freies Bett zugeteilt. Bestimmen Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in jedem Zimmer mindestens ein Bett frei bleibt.

© Abiturloesung.de

Zwischen der Kopf-Rumpf-Länge und dem Geschlecht von Bergeidechsen besteht eine Korrelation. Für eine zufällig ausgewählte weibliche Bergeidechse kann die Kopf-Rumpf-Länge in Millimetern durch eine normalverteilte Zufallsgröße Y beschrieben werden. Für die zugehörige Dichtefunktion φ gilt $\varphi(x) = \frac{1}{8 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-53,9}{8}\right)^2}$.

Die Abbildung zeigt den Graphen von φ.



Teilaufgabe Teil B 3a (2 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte weibliche Bergeidechse kleiner als 48 mm ist.

Teilaufgabe Teil B 3b (2 BE)

Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion Φ mit $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)\mathrm{dt}$.

Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $\Phi(0,8 \cdot 53,9) + (1 - \Phi(1,2 \cdot 53,9))$ im Sachzusammenhang.

Teilaufgabe Teil B 3c (3 BE)

Auch die Kopf-Rumpf-Länge einer zufällig ausgewählten männlichen Bergeidechse kann durch eine normalverteilte Zufallsgröße beschrieben werden; diese Zufallsgröße wird mit Z bezeichnet. Die Kopf-Rumpf-Länge von männlichen Bergeidechsen beträgt im Mittel 48 mm. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Kopf-Rumpf-Länge einer männlichen Bergeidechse zwischen 41 mm und 55 mm liegt, beträgt etwa 68,3 %.

Beurteilen Sie anhand dieser Informationen, ob die Standardabweichung von Z größer oder kleiner ist als die Standardabweichung von Y. Skizzieren Sie den Graphen der Dichtefunktion von Z in der Abbildung.

© Abiturloesung.de