Abitur 2026 Mathematik Geometrie V

Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ und die Ebene $E: -2x_1 - x_2 + 2x_3 - 2 = 0$.

Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Begründen Sie, dass g senkrecht zu E steht, und zeigen Sie, dass der Punkt $P(-4|2|-2)$ in E liegt.

Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punkts auf g, der zu E den Abstand 12 hat.

Gegeben ist das Rechteck $ABCD$ mit $A(6|0|9)$, $B(0|6|9)$ und $C(-1|5|17)$, das in der Ebene E liegt.

Teilaufgabe Teil B a (2 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten von D.

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

[zur Kontrolle: $E: 4x + 4y + z - 33 = 0$]

Das Rechteck $A\,B\,C\,D$ stellt modellhaft eine Zielscheibe beim Bogenschießen dar (vgl. Abbildung 1). Im Koordinatensystem beschreibt die $x\,y$-Ebene den horizontalen Boden; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.

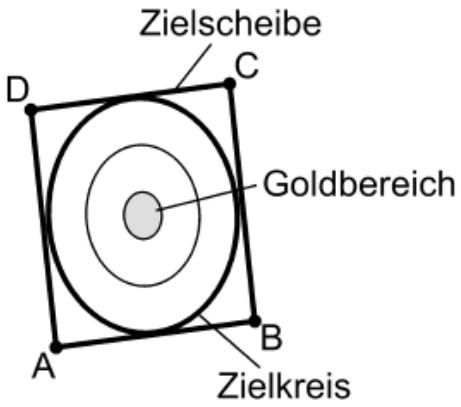


Abb. 1

An die betrachtete Zielscheibe werden folgende Anforderungen gestellt:

I Ein Zielkreis mit einem Durchmesser von 80 cm passt vollständig auf die Zielscheibe.

II Die Zielscheibe ist in einem Winkel von 75° bis 80° gegenüber dem horizontalen Boden geneigt.

Teilaufgabe Teil B c (2 BE)

Zeigen Sie rechnerisch, dass Anforderung I erfüllt ist.

Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

Untersuchen Sie, ob Anforderung II erfüllt ist.

In der Mitte der Zielscheibe befindet sich der kreisförmige Goldbereich mit Radius 8 cm, dessen Mittelpunkt durch den Punkt $M(2,5|2,5|13)$ dargestellt wird.

Teilaufgabe Teil B e (6 BE)

Die Flugbahn der Pfeilspitze eines Pfeils, der die Zielscheibe trifft, wird durch Punkte der Form $\left(2s|3s| - 0,01s^2 + s + 12,01\right)$ mit geeigneten Werten von $s \in \mathbb{R}$ beschrieben.

Zeigen Sie rechnerisch, dass der Pfeil den Goldbereich trifft.

© Abiturloesung.de

Teilaufgabe Teil B f (4 BE)

Die Flugbahn eines zweiten Pfeils kann aufgrund der Windverhältnisse nicht genau vorhergesagt werden. Die möglichen Auftreffpositionen werden durch die auf einer Strecke liegenden Punkte P_a mit $\overrightarrow{OP_a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 13 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 0,75 \\ -0,75 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $a \in [0;1]$ dargestellt, wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet.

Abbildung 2 zeigt den Kreis, der den Goldbereich darstellt, seinen Mittelpunkt M sowie den Punkt P_0. Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt des Goldbereichs eine mögliche Auftreffposition des zweiten Pfeils ist, und untersuchen Sie mithilfe geeigneter Eintragungen in Abbildung 2, ob der zweite Pfeil den Goldbereich sicher trifft.

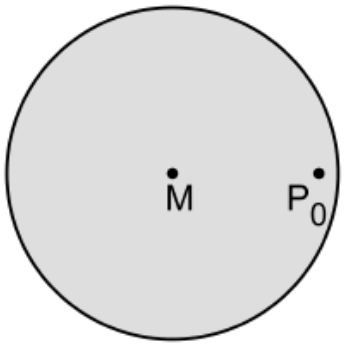


Abb. 2