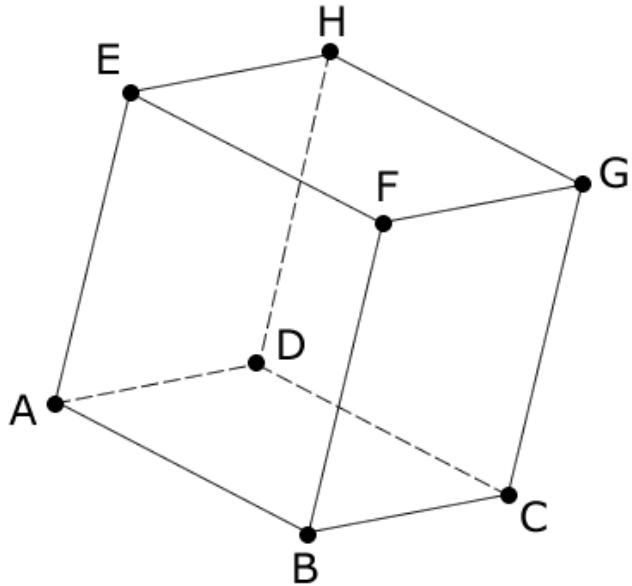


## Abitur 2025 Mathematik Geometrie V

Die Abbildung zeigt den Würfel ABCDEFGH mit  $A(3|2|-1)$  und  $E(1|1|1)$ .



### Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Zeigen Sie, dass der Würfel die Kantenlänge 3 besitzt.

### Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Der Punkt  $S$  liegt so auf der Strecke  $[AE]$ , dass die Pyramide ABCDS das Volumen 3 hat. Bestimmen Sie die Koordinaten von  $S$ .

Gegeben sind die Punkte  $A(30|-5|-12)$ ,  $B(30|13|0)$ ,  $C(-30|13|0)$  und  $D(-30|-5|-12)$ , die in der Ebene  $E$  liegen.

### Teilaufgabe Teil B a (3 BE)

Begründen Sie, dass das Viereck ABCD ein Rechteck ist.

**Teilaufgabe Teil B b (4 BE)**

Bestimmen Sie eine Gleichung von  $E$  in Koordinatenform und geben Sie die besondere Lage von  $E$  im Koordinatensystem an.

(zur Kontrolle:  $E : 2x_2 - 3x_3 - 26 = 0$ )

**Teilaufgabe Teil B c (3 BE)**

Bestimmen Sie die Größe  $\varphi$  des Winkels, den  $E$  mit der  $x_1 x_2$ -Ebene einschließt.

(zur Kontrolle:  $\varphi \approx 33,7^\circ$ )

Im Folgenden wird ein Sperrwerk an einem Fluss betrachtet, das dem Schutz vor Überflutungen bei Sturmfluten dient. Ein Teil dieses Sperrwerks besteht aus zwei kreisförmigen Metallscheiben, an denen ein Sperrtor befestigt ist. Durch Drehung der Metallscheiben wird das Sperrtor in verschiedene Stellungen gebracht.

In einem Koordinatensystem werden die beiden Metallscheiben durch die Grund- und Deckfläche eines geraden Zylinders dargestellt. Die  $x_1$ -Achse verläuft durch die Mittelpunkte dieser beiden Kreisflächen und entspricht der Drehachse der Metallscheiben.

Die Ebene  $E$  schneidet den Zylinder im Rechteck ABCD und zerlegt diesen in zwei Teilkörper. Der kleinere Teilkörper entspricht dem Sperrtor in einer speziellen Stellung (vgl. Abbildung 1). Eine Längeneinheit entspricht einem Meter in der Realität.

Es wird vereinfachend ausschließlich ein Wasserstand betrachtet, bei dem die Wasseroberfläche im Modell in der  $x_1 x_2$ -Ebene liegt.

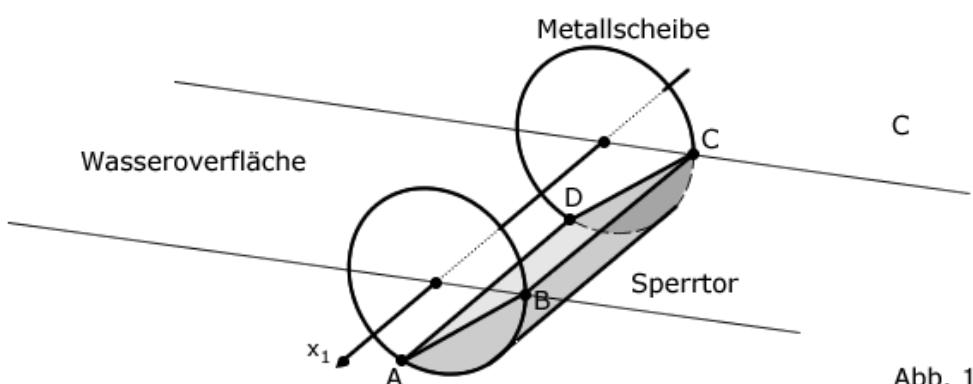
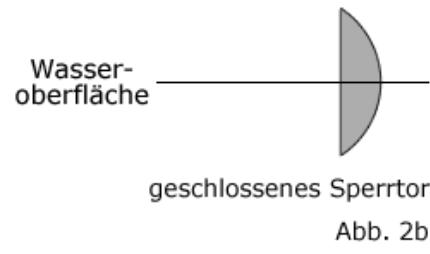
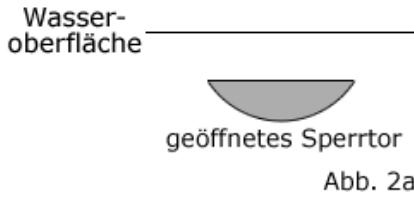


Abb. 1

**Teilaufgabe Teil B d (2 BE)**

Geben Sie den Durchmesser einer Metallscheibe und den Abstand der beiden Metallscheiben jeweils in Metern an.

Ist das Sperrtor geöffnet, so liegt dessen rechteckige Seitenfläche unterhalb der Wasseroberfläche und ist parallel zu ihr (vgl. Abbildung 2a). Ist das Sperrtor geschlossen, so steht die Seitenfläche senkrecht zur Wasseroberfläche (vgl. Abbildung 2b).



Bei einem Schließvorgang wird das geöffnete Sperrtor durch eine Vierteldrehung der Metallscheiben mit konstanter Geschwindigkeit innerhalb von 15 Minuten geschlossen.

**Teilaufgabe Teil B e (3 BE)**

Zu einem bestimmten Zeitpunkt während des Schließvorgangs befinden sich erstmals Teile des Sperrtors an der Wasseroberfläche. Bestimmen Sie mithilfe des Ergebnisses von Aufgabe c die Zeit, die ab diesem Zeitpunkt bis zum Ende des Schließvorgangs vergeht.

**Teilaufgabe Teil B f (5 BE)**

Die tiefste Stelle eines Schiffs bewegt sich im Modell auf der Gerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -17 \\ -8 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

$\lambda \in \mathbb{R}$ . Beurteilen Sie anhand einer Rechnung, ob das Schiff das Sperrwerk passieren kann, wenn das Sperrtor geöffnet ist.