

Abitur 2024 Mathematik Stochastik III

Bei einem Spiel wird ein Würfel einmal geworfen und ein Glücksrad einmal gedreht. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert. Das Glücksrad hat zehn gleich große Sektoren, die mit den Zahlen von 1 bis 10 durchnummeriert sind. Man gewinnt das Spiel, wenn die mit dem Glücksrad erzielte Zahl kleiner ist als die mit dem Würfel erzielte Zahl, andernfalls verliert man das Spiel.

Teilaufgabe Teil A a (3 BE)

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, das Spiel zu gewinnen, $\frac{1}{4}$ beträgt.

Teilaufgabe Teil A b (2 BE)

Das Spiel wird fünfmal gespielt. Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ berechnet werden kann.

In den letzten Jahren hat der Onlinehandel stark zugenommen. Dies zeigt sich auch in den Versandzentren der Paketdienstleister. Im Folgenden werden nur die im Zusammenhang mit dem Onlinehandel verschickten Pakete in einem dieser Versandzentren betrachtet. Ein Fünftel dieser Pakete sind Retouren, d.h. Pakete, die zurückgeschickte Waren enthalten.

Teilaufgabe Teil B 1a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 200 zufällig ausgewählten Paketen mehr als ein Viertel Retouren sind.

Teilaufgabe Teil B 1b (3 BE)

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - \sum_{i=0}^8 \binom{30}{i} \cdot 0,2^i \cdot 0,8^{30-i}$ berechnet werden kann, und geben Sie dieses Ereignis an.

Teilaufgabe Teil B 1c (4 BE)

Ermitteln Sie, wie viele Pakete mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass darunter mindestens eine Retoure ist, größer als 90 % ist.

Teilaufgabe Teil B 1d (5 BE)

49 % der Pakete enthalten Kleidung. Von den Paketen, bei denen es sich um Retouren handelt, enthalten 91 % Kleidung.

Es wird ein Paket zufällig ausgewählt. Betrachtet werden folgende Ereignisse:

R : „Bei dem Paket handelt es sich um eine Retoure.“

K : „Das Paket enthält Kleidung.“

Stellen Sie den beschriebenen Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. Bestimmen Sie für den Fall, dass das ausgewählte Paket keine Retoure ist, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Paket Kleidung enthält.

Aus einer Transportkiste mit 25 Paketen, unter denen sechs Retouren sind, werden nacheinander zehn Pakete zufällig entnommen und an eine Prüfstelle weitergeleitet.

Teilaufgabe Teil B 1e (2 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ersten beiden Pakete Retouren sind.

Teilaufgabe Teil B 1f (4 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei oder drei Retouren entnommen werden.

Teilaufgabe Teil B 2 (4 BE)

Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X , die nur die Werte 1, 2, 3, 4 und 5 annehmen kann.

k	1	2	3	4	5
$P(X=k)$	p_1	p_2	p_3	0,2	0,15

Die Wahrscheinlichkeiten $P(X = 4)$ und $P(X = 5)$ sowie der Erwartungswert und die Varianz von X sind bekannt. Aus diesen Informationen ergibt sich das folgende Gleichungssystem, mit dem die fehlenden Wahrscheinlichkeiten p_1 , p_2 und p_3 berechnet werden können.

$$\text{I} \quad p_1 + p_2 + p_3 = 0,65$$

$$\text{II} \quad p_1 + 2p_2 + 3p_3 = 1,45$$

$$\text{III} \quad 4p_1 + p_2 = 0,6$$

Ermitteln Sie, ohne das Gleichungssystem zu lösen, welche Werte für den Erwartungswert und die Varianz von X beim Aufstellen des Gleichungssystems verwendet worden sind.