

Abitur 2023 Mathematik Stochastik III

Die vier Seiten eines regelmäßigen Tetraeders sind mit den Zahlen 1, 2, 3 und 4 durchnummeriert. Das Tetraeder wird fünfmal geworfen.

Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ berechnet werden kann, und begründen Sie Ihre Angabe.

Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass jede Zahl mindestens einmal erzielt wird.

Im Dezember 2021 wurden in Norwegen rund 14 000 Pkw neu zugelassen.

In einer vereinfachten Übersicht sind die Anteile der verschiedenen Antriebsarten an diesen Neuzulassungen dargestellt:

Pkw mit Elektromotor		Pkw ohne Elektromotor (Verbrenner)		
rein elektrisch	Plug-in-Hybrid	Benzin	Diesel	Sonstige
65 %	25 %	3 %	4 %	3 %

Für eine Untersuchung werden aus diesen Neuzulassungen 200 Fahrzeuge zufällig ausgewählt und deren Besitzer nach den Gründen für die Wahl der Antriebsart befragt. Da aus einer großen Anzahl von Fahrzeugen nur verhältnismäßig wenige ausgewählt werden, wird das Urnenmodell „Ziehen mit Zurücklegen“ verwendet.

Teilaufgabe Teil B 1a (4 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

D: „Unter den ausgewählten Pkw befinden sich sieben oder acht Verbrenner mit Dieselmotor.“

E: „Unter den ausgewählten Pkw befinden sich mehr als 135 mit rein elektrischem Antrieb.“

Teilaufgabe Teil B 1b (3 BE)

Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\sum_{k=0}^{25} \binom{200}{k} \cdot 0,1^k \cdot (1-0,1)^{200-k}$ berechnet werden kann.

Teilaufgabe Teil B 1c (2 BE)

Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Pkw mit Elektromotor unter den ausgewählten Fahrzeugen. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von X .

Teilaufgabe Teil B 1d (3 BE)

Für einen bestimmten Wert $n \in \{1; 2; 3; \dots\}$ werden für $p \in]0; 1[$ die binomialverteilten Zufallsgrößen Z_p mit den Parametern n und p betrachtet. Weisen Sie nach, dass unter diesen Zufallsgrößen diejenige mit $p = 0,5$ die größte Varianz hat.

Teilaufgabe Teil B 1e (3 BE)

Aus den neu zugelassenen Pkw mit Elektromotor werden 40 Fahrzeuge zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich darunter genau zehn Plug-in-Hybride befinden.

Teilaufgabe Teil B 2 (5 BE)

In Deutschland waren zu Beginn des Jahres 2021 etwa 320 000 Pkw mit rein elektrischem Antrieb und 280 000 Plug-in-Hybride zugelassen, also insgesamt etwa 600 000 Pkw mit Elektromotor. Der Anteil der Pkw mit Elektromotor am Gesamtbestand aller in Deutschland zugelassenen Pkw betrug rund 1,2 %. Bestimmen Sie die Anzahl der Pkw, die aus diesem Gesamtbestand mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 97 % mindestens ein Pkw mit rein elektrischem Antrieb darunter ist.

Ein Autozulieferer hat zwei Betriebsstandorte A und B. Die Zahl der Beschäftigten am Standort A ist viermal so groß wie am Standort B. 60% aller Beschäftigten des Autozulieferers haben sich für den Kauf eines Jobtickets entschieden, mit dem die Firma die Nutzung des öffentlichen Personennahverkehrs für den Weg zur Arbeit fördert.

Teilaufgabe Teil B 3a (2 BE)

Bestimmen Sie unter der Annahme, dass der Anteil der Beschäftigten mit einem Jobticket an beiden Standorten gleich ist, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Beschäftigter des Autozulieferers am Standort B arbeitet und kein Jobticket besitzt.

Teilaufgabe Teil B 3b (3 BE)

Tatsächlich ist der Anteil der Beschäftigten mit einem Jobticket an beiden Standorten unterschiedlich; am Standort B besitzt nur die Hälfte der Beschäftigten ein Jobticket. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Beschäftigter des Autozulieferers, der ein Jobticket besitzt, am Standort A arbeitet.