

Abitur 2021 Mathematik Stochastik IV

Gegeben ist die Zufallsgröße X mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist symmetrisch, d. h. es gilt $P(X = 0) = P(X = 5)$, $P(X = 1) = P(X = 4)$ und $P(X = 2) = P(X = 3)$.

Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0; 1; 2\}$.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50			

Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Tragen Sie die fehlenden Werte in die Tabelle ein.

Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Begründen Sie, dass X nicht binomialverteilt ist.

Ein Süßwarenunternehmen stellt verschiedene Sorten Fruchtgummis her.

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Luisa nimmt an einer Betriebsbesichtigung des Unternehmens teil. Zu Beginn der Führung bekommt sie ein Tütchen mit zehn Gummibärchen, von denen fünf weiß, zwei rot und drei grün sind. Luisa öffnet das Tütchen und nimmt, ohne hinzusehen, drei Gummibärchen heraus. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei Gummibärchen die gleiche Farbe haben.

Vor dem Verpacken werden die verschiedenfarbigen Gummibärchen in großen Behältern gemischt, wobei der Anteil der roten Gummibärchen 25% beträgt. Ein Verpackungsautomat füllt jeweils 50 Gummibärchen aus einem der großen Behälter in eine Tüte.

Teilaufgabe Teil B 2a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer zufällig ausgewählten Tüte mehr als ein Drittel der Gummibärchen rot ist.

Teilaufgabe Teil B 2b (2 BE)

Um sicherzustellen, dass jeweils genau 50 Gummibärchen in eine Tüte gelangen, fallen diese einzeln nacheinander aus einer Öffnung des Behälters in den Verpackungsautomaten. Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Term berechnet werden kann:

$$\sum_{k=0}^3 (0,75^k \cdot 0,25)$$

Teilaufgabe Teil B 2c (4 BE)

Ermitteln Sie, wie groß der Anteil der gelben Gummibärchen in der Produktion mindestens sein muss, damit in einer zufällig ausgewählten Tüte mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens ein gelbes Gummibärchen enthalten ist.

Das Süßwarenunternehmen produziert auch zuckerreduzierte und vegane Fruchtgummis und bringt diese in entsprechend gekennzeichneten Tüten in den Handel.

Der Anteil der nicht als vegan gekennzeichneten Tüten ist dreimal so groß wie der Anteil der Tüten, die als vegan gekennzeichnet sind. 42% der Tüten, die als vegan gekennzeichnet sind, sind zusätzlich auch als zuckerreduziert gekennzeichnet. Insgesamt sind 63% der Tüten weder als vegan noch als zuckerreduziert gekennzeichnet.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

V : „Eine zufällig ausgewählte Tüte ist als vegan gekennzeichnet.“

R : „Eine zufällig ausgewählte Tüte ist als zuckerreduziert gekennzeichnet.“

Teilaufgabe Teil B 3a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses \bar{R} .

Teilaufgabe Teil B 3b (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{V}}(R)$.

Teilaufgabe Teil B 3c (2 BE)

Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $1 - P_{\bar{V}}(R)$ im Sachzusammenhang.

Bei einer Werbeaktion werden den Fruchtgummitüten Rubbellose beigelegt. Beim Freirubbeln werden auf dem Los bis zu drei Goldäpfel sichtbar. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Goldäpfel, die beim Freirubbeln sichtbar werden. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	p_0	p_1	0,2	0,1

Teilaufgabe Teil B 4a (3 BE)

Die Zufallsgröße X hat den Erwartungswert 1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten p_0 und p_1 und berechnen Sie die Varianz von X .

Teilaufgabe Teil B 4b (2 BE)

Ohne Kenntnis des Erwartungswerts ist die Varianz in der Regel nicht aussagekräftig. Daher wird für den Vergleich verschiedener Zufallsgrößen oft der Quotient aus der Standardabweichung und dem Erwartungswert betrachtet, der als relative Standardabweichung bezeichnet wird.

Die Zufallsgröße Y_n beschreibt die Anzahl der Goldäpfel, die beim Freirubbeln von n Losen sichtbar werden. Es gilt $E(Y_n) = n$ und $\text{Var}(Y_n) = n$. Bestimmen Sie den Wert von n , für den die relative Standardabweichung 5% beträgt.