

Abitur 2021 Mathematik Stochastik III

Gegeben ist die Zufallsgröße X mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist symmetrisch, d. h. es gilt $P(X = 0) = P(X = 5)$, $P(X = 1) = P(X = 4)$ und $P(X = 2) = P(X = 3)$.

Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0; 1; 2\}$.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50			

Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Tragen Sie die fehlenden Werte in die Tabelle ein.

Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Begründen Sie, dass X nicht binomialverteilt ist.

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

An einem Samstagvormittag kommen nacheinander vier Familien zum Eingangsbereich eines Freizeitparks. Jede der vier Familien bezahlt an einer der sechs Kassen, wobei davon ausgegangen werden soll, dass jede Kasse mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gewählt wird. Beschreiben Sie im Sachzusammenhang zwei Ereignisse A und B , deren Wahrscheinlichkeiten sich mit den folgenden Termen berechnen lassen:

$$P(A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6^4}; P(B) = \frac{6}{6^4}$$

Im Eingangsbereich des Freizeitparks können Bollerwagen ausgeliehen werden. Erfahrungsgemäß nutzen 15% der Familien dieses Angebot. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Bollerwagen, die von den ersten 200 Familien, die an einem Tag den Freizeitpark betreten, entliehen werden.

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass eine Familie höchstens einen Bollerwagen ausleiht und dass die Zufallsgröße X binomialverteilt ist.

Teilaufgabe Teil B 2a (2 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 25 Bollerwagen ausgeliehen werden.

Teilaufgabe Teil B 2b (2 BE)

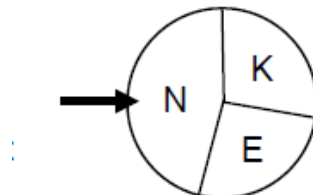
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die fünfte Familie die erste ist, die einen Bollerwagen ausleiht.

Teilaufgabe Teil B 2c (5 BE)

Ermitteln Sie unter Zuhilfenahme des Tafelwerks den kleinsten symmetrisch um den Erwartungswert liegenden Bereich, in dem die Werte der Zufallsgröße X mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 75% liegen.

Teilaufgabe Teil B 3 (6 BE)

Der Freizeitpark veranstaltet ein Glücksspiel, bei dem Eintrittskarten für den Freizeitpark gewonnen werden können. Zu Beginn des Spiels wirft man einen Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind. Erzielt man dabei die Zahl 6, darf man anschließend einmal an einem Glücksrad mit drei Sektoren drehen (vgl. schematische Abbildung). Wird Sektor K erzielt, gewinnt man eine Kinderkarte im Wert von 28 Euro, bei Sektor E eine Erwachsenenkarte im Wert von 36 Euro. Bei Sektor N geht man leer aus. Der Mittelpunktswinkel des Sektors N beträgt 160° . Die Größen der Sektoren K und E sind so gewählt, dass pro Spiel der Gewinn im Mittel drei Euro beträgt. Bestimmen Sie die Größe der Mittelpunktswinkel der Sektoren K und E .



Am Ausgang des Freizeitparks gibt es einen Automaten, der auf Knopfdruck einen Anstecker mit einem lustigen Motiv bedruckt und anschließend ausgibt. Für den Druck wird aus n verschiedenen Motiven eines zufällig ausgewählt, wobei jedes Motiv die gleiche Wahrscheinlichkeit hat.

Ein Kind holt sich drei Anstecker aus dem Automaten.

Teilaufgabe Teil B 4a (2 BE)

Bestimmen Sie für den Fall $n = 5$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nicht alle drei Anstecker dasselbe Motiv haben.

Teilaufgabe Teil B 4b (2 BE)

Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich drei verschiedene Motive auf den Ansteckern befinden, den Wert $\frac{(n-1) \cdot (n-2)}{n^2}$ hat.

Teilaufgabe Teil B 4c (3 BE)

Bestimmen Sie, wie groß n mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich drei verschiedene Motive auf den Ansteckern befinden, größer als 90% ist.