Abitur 2015 Mathematik Geometrie V

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(0|1|2)$ und $B(2|5|6)$.

Teilaufgabe Teil A 1a (3 BE)

Zeigen Sie, dass die Punkte A und B den Abstand 6 haben.
Die Punkte C und D liegen auf g und haben von A jeweils den Abstand 12. Bestimmen Sie die Koordinaten von C und D.

Teilaufgabe Teil A 1b (2 BE)

Die Punkte A, B und $E(1|2|5)$ sollen mit einem weiteren Punkt die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden. Für die Lage des vierten Eckpunkts gibt es mehrere Möglichkeiten. Geben Sie für zwei dieser Möglichkeiten die Koordinaten des vierten Eckpunkts an.

Betrachtet wird die Pyramide $ABCDS$ mit $A(0|0|0)$, $B(4|4|2)$, $C(8|0|2)$, $D(4|-4|0)$ und $S(1|1|-4)$. Die Grundfläche $ABCD$ ist ein Parallelogramm.

Teilaufgabe Teil A 2a (2 BE)

Weisen Sie nach, dass das Parallelogramm $ABCD$ ein Rechteck ist.

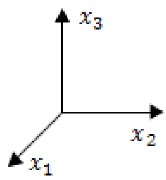
Teilaufgabe Teil A 2b (3 BE)

Die Kante $[AS]$ steht senkrecht auf der Grundfläche $ABCD$. Der Flächeninhalt der Grundfläche beträgt $24\sqrt{2}$.
Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Ebene $E: x_1 + x_3 = 2$, der Punkt $A\left(0|\sqrt{2}|2\right)$ und die Gerade $g: \overrightarrow{X} = \overrightarrow{A} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gegeben.

Teilaufgabe Teil B a (6 BE)

Beschreiben Sie, welche besondere Lage die Ebene E im Koordinatensystem hat. Weisen Sie nach, dass die Ebene E die Gerade g enthält. Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von E mit der x_1-Achse und mit der x_3 -Achse an und veranschaulichen Sie die Lage der Ebene E sowie den Verlauf der Geraden g in einem kartesischen Koordinatensystem (vgl. Abbildung).



Die $x_1\,x_2$-Ebene beschreibt modellhaft eine horizontale Fläche, auf der eine Achterbahn errichtet wurde. Ein gerader Abschnitt der Bahn beginnt im Modell im Punkt A und verläuft entlang der Geraden g. Der Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ beschreibt die Fahrtrichtung auf diesem Abschnitt.

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Berechnen Sie im Modell die Größe des Winkels, unter dem dieser Abschnitt der Achterbahn gegenüber der Horizontalen ansteigt.

An den betrachteten geraden Abschnitt der Achterbahn schließt sich – in Fahrtrichtung gesehen – eine Rechtskurve an, die im Modell durch einen Viertelkreis beschrieben wird, der in der Ebene E verläuft und den Mittelpunkt $M\left(0|3\sqrt{2}|2\right)$ hat.

Teilaufgabe Teil B c (5 BE)

Das Lot von M auf g schneidet g im Punkt B. Im Modell stellt B den Punkt der Achterbahn dar, in dem der gerade Abschnitt endet und die Kurve beginnt. Bestimmen Sie die Koordinaten von B und berechnen Sie den Kurvenradius im Modell.

(Teilergebnis: $B\left(-1|2\sqrt{2}|3\right)$).

© Abiturloesung.de

Teilaufgabe Teil B d (2 BE)

Das Ende der Rechtskurve wird im Koordinatensystem durch den Punkt C beschrieben. Begründen Sie, dass für den Ortsvektor des Punkts C gilt: $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{M} + \overrightarrow{v}$.

Teilaufgabe Teil B e (4 BE)

Ein Wagen der Achterbahn durchfährt den Abschnitt, der im Modell durch die Strecke $[A\,B]$ und den Viertelkreis von B nach C dargestellt wird, mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $15\frac{m}{s}$. Berechnen Sie die Zeit, die der Wagen dafür benötigt, auf Zehntelsekunden genau, wenn eine Längeneinheit im Koordinatensystem 10 m in der Realität entspricht.