Fachabitur 2026 Mathematik NT Infinitesimalrechnung A II

Teilaufgabe 1.

Die Funktion f ist eine ganzrationale Funktion vierten Grades mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet. Die zweite Ableitungsfunktion von f besitzt die Funktionsgleichung $f''(x) = -0,5 \cdot (x+4)(x-1)$.

Teilaufgabe 1.1 (3 BE)

Skizzieren Sie einen Ausschnitt des Graphen der Funktion f'', anhand dessen die maximalen Krümmungsintervalle des Graphen G_f abgelesen werden können. Geben Sie diese Intervalle an.

Teilaufgabe 1.2 (3 BE)

Die Funktion f' ist die erste Ableitungsfunktion der Funktion f. Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von f' für $x \to \pm\infty$ sowie jeweils die Art und Lage aller relativen Extremstellen von f' an.

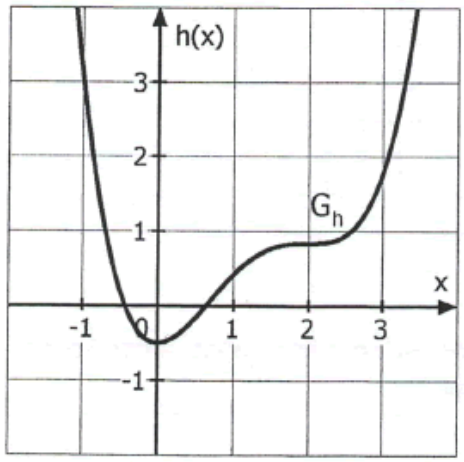
Teilaufgabe 2. (3 BE)

Gegeben ist die quadratische Funktion $q_k : x \mapsto \frac{1}{4}x^2 - 2x + k$ mit $k \in \mathbb{R}$ und der Definitionsmenge $D_{q_k} = \mathbb{R}$.

Berechnen Sie den Wert des Parameters k so, dass der Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel auf der x-Achse liegt.

Teilaufgabe 3. (4 BE)

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_h einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion h vierten Grades. Die Funktion H bezeichne eine Stammfunktion von h.



Setzen Sie jeweils eines der drei mathematischen Symbole „<“, „>“ oder „=“ in das Kästchen ein, sodass eine wahre Aussage entsteht.

Hinweis: Jedes richtig gesetzte Symbol ergibt +1 BE, jedes falsch gesetzte -0,5 BE und jedes nicht gesetzte 0 BE. Im ungünstigsten Fall wird die Aufgabe mit 0 BE bewertet.

a) $h'(x) \square\ 0$ für $x < 0$

b) $h''(2) \square\ 0$

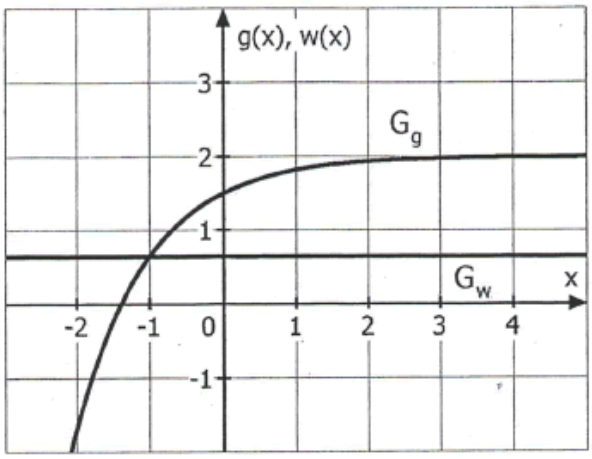
c) $\int_0^2 h(x)\,dx \square\ 0$

d) $H'(2) \square\ 0$

© Abiturloesung.de

Teilaufgabe 4.

Gegeben ist die Funktion g mit der Funktionsgleichung $g(x) = -0,5 \cdot e^{-x} + 2$ und der Definitionsmenge $D_g = \mathbb{R}$. Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des zugehörigen Graphen G_g sowie den Graphen G_w der konstanten Funktion $w : x \mapsto -0,5 \cdot e + 2$ mit der Definitionsmenge $D_w = \mathbb{R}$.



Teilaufgabe 4.1 (3 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden G_t, die Tangente an den Graphen der Funktion g an der Stelle $x = 0$ ist.

Teilaufgabe 4.2 (3 BE)

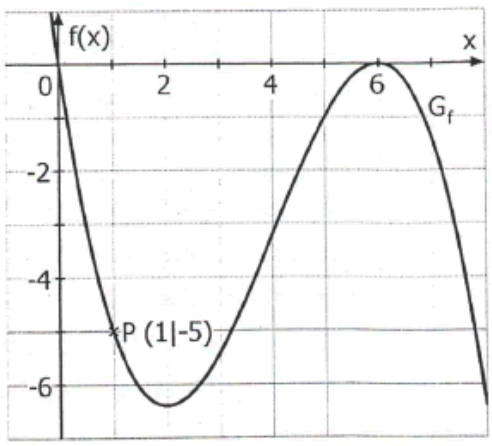
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunktes P der beiden Graphen der Funktionen g und w.

Teilaufgabe 4.3 (3 BE)

Bestimmen Sie den Funktionsterm $G(x)$ der Stammfunktion von g, deren Graph die y-Achse bei 2 schneidet.

Teilaufgabe 5.

Die nebenstehende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$.
Die ganzzahligen Nullstellen können der Abbildung entnommen werden.



Teilaufgabe 5.1 (4 BE)

Bestimmen Sie den Term der Funktion f in vollständig faktorisierter Form und zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Funktionsgleichung von f auch in folgender Form darstellen lässt:

$f(x) = -0,2x^3 + 2,4x^2 - 7,2x$

Teilaufgabe 5.2 (6 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem G_f die maximale positive Steigung besitzt. Begründen Sie, weshalb es keine Stelle gibt, für die f' ein absolutes Minimum annimmt.

Teilaufgabe 5.3 (3 BE)

Der Graph der Funktion f und die x-Achse schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts.

© Abiturloesung.de

Teilaufgabe 6.

In einem Labor wurde das Wachstum von Pflanzen aus neu gezüchtetem Saatgut unter Wassermangel untersucht. Die Höhe einer bestimmten Pflanze (in Zentimeter über der Pflanzerde) wird durch die Funktion H mit der Funktionsgleichung

$H(t) = \left(5t^2 - 2\right) \cdot e^{-k \cdot t}$ mit $t \in [0; 14]$ und $k \in \mathbb{R}^+$

modellhaft beschrieben. Dabei steht die Variable t für die Zeit in Tagen ab dem Pflanzen des Samens ($t_0 = 0$). Negative Funktionswerte von H bedeuten in diesem Modell, dass sich die Pflanze noch in der Pflanzerde befindet.
Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen wird verzichtet. Runden Sie Ihre Ergebnisse gegebenenfalls auf eine Nachkommastelle.

Teilaufgabe 6.1 (2 BE)

Berechnen Sie, in welcher Tiefe der Samen in die Pflanzerde eingesetzt wurde.

Teilaufgabe 6.2 (3 BE)

Drei Tage nach der Aussaat beträgt die Höhe der Pflanze 9,6 cm über der Pflanzerde. Bestimmen Sie den Wert des Parameters k so, dass die Modellfunktion diesen Sachverhalt beschreibt.

Teilaufgabe 6.3

Im Folgenden gilt: $H(t) = \left(5t^2 - 2\right) \cdot e^{-0,5t}$

Teilaufgabe 6.3.1 (7 BE)

Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Pflanze ihre maximale Höhe erreicht, sowie die maximale Höhe über der Pflanzerde.

[Mögliches Teilergebnis: $\dot{H}(t) = 2,5e^{-0,5t} \cdot \left(-t^2 + 4t + 0,4\right)$]

Teilaufgabe 6.3.2 (2 BE)

Bestimmen Sie die durchschnittliche Wachstumsrate der Pflanze in den ersten drei Tagen nach dem Pflanzen des Samens.

Teilaufgabe 6.3.3 (4 BE)

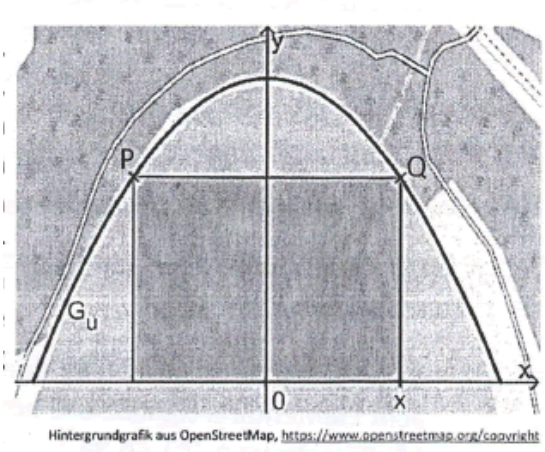
Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion H im Bereich $0 \leq t \leq 14$ in ein kartesisches Koordinatensystem.
Wählen Sie für beide Achsen einen geeigneten Maßstab.

Teilaufgabe 6.3.4 (3 BE)

Ermitteln Sie mithilfe der Zeichnung aus 6.3.3 nachvollziehbar den Zeitraum, in welchem die Höhe der Pflanze über der Pflanzerde mindestens 75 % der maximalen Höhe beträgt.

Teilaufgabe 7.

Um das Kulturangebot im Ort zu verbessern, plant eine Stadt den Bau einer großen, rechteckigen Seebühne im nördlichen Bereich des Stadtsees. Zur Modellierung der Situation wurde ein Koordinatensystem gewählt, dessen x-Achse entlang der südlichen Begrenzungslinie der Seebühne verläuft. Diese liegt 100 m vom nördlichsten Punkt des Sees entfernt. Die y-Achse verläuft von Süden nach Norden mittig durch die geplante Seebühne.
Die Längeneinheit auf beiden Achsen ist Meter.



Im beschriebenen Koordinatensystem lässt sich die nördliche Begrenzungslinie des Sees näherungsweise durch den Graphen der Funktion u mit der Funktionsgleichung

$u(x) = -0,01x^2 + 100$

und der Definitionsmenge $D_u = [-100; 100]$ beschreiben.
Damit ein direkter Zugang vom Ufer zur Bühne möglich ist, sollen die beiden nördlichen Eckpunkte P und Q der Seebühne direkt am Ufer liegen.
Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen wird verzichtet.

© Abiturloesung.de

Teilaufgabe 7.1 (2 BE)

Stellen Sie einen Funktionsterm $A(x)$ für die Funktion A auf, deren Funktionswerte die Maßzahl des Flächeninhalts der Seebühne in Abhängigkeit von der halben Bühnenbreite x beschreiben.

[Mögliches Ergebnis: $A(x) = -0,02 \cdot \left(x^3 - 10000x\right)$]

Teilaufgabe 7.2 (7 BE)

Aufgrund der Anforderungen der Bühnenaufbauten gilt $x \in [10; 80]$. Bestimmen Sie den Wert für x, für den der Flächeninhalt der Bühne den absolut größten Wert annimmt. Berechnen Sie für diesen Fall die Abmessungen der Seebühne jeweils auf ganze Meter gerundet.