

Fachabitur 2025 Mathematik NT Infinitesimalrechnung A I**Teilaufgabe 1.** (4 BE)

Der Graph einer ganzrationalen Funktion p zweiten Grades mit der Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$ besitzt den Scheitelpunkt $S(3|2)$ und verläuft durch den Koordinatenursprung.

Bestimmen Sie einen Funktionsterm $p(x)$ von p und geben Sie die Wertemenge von p an.

Teilaufgabe 2.

Gegeben ist die Funktion $k : x \mapsto x^5 - 4x^3$ mit der Definitionsmenge $D_k = \mathbb{R}$.

Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

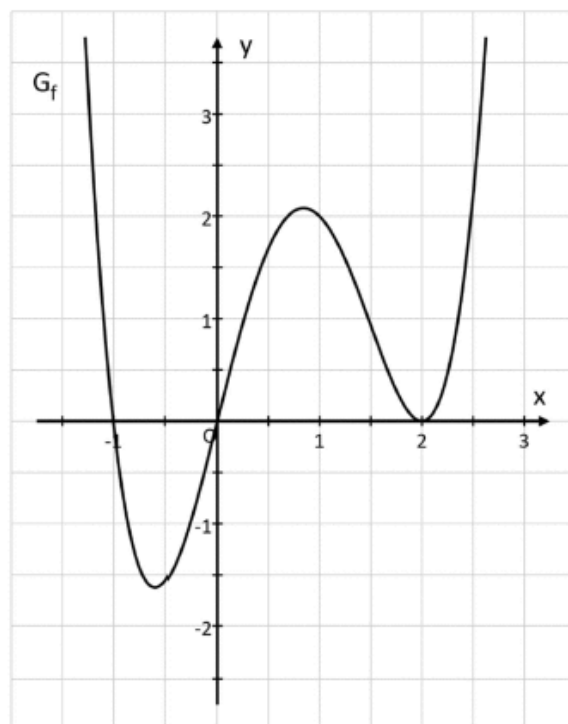
Ermitteln Sie die Nullstellen der Funktion k und geben Sie ihre jeweilige Vielfachheit an.

Teilaufgabe 2.2 (3 BE)

Geben Sie einen Wert für b mit $b \in \mathbb{R}$ und $b \neq -1$ an, so dass gilt: $\int_{-1}^b k(x) dx = 0$.
Begründen Sie Ihre Wahl.

Teilaufgabe 3.

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_f einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f vierten Grades. Die Funktion F bezeichne eine Stammfunktion von f .



Teilaufgabe 3.1 (4 BE)

Entscheiden Sie jeweils anhand der Abbildung, ob folgende Aussagen wahr (w) oder falsch (f) sind bzw. ob dies mit den gegebenen Informationen nicht entscheidbar (n. e.) ist. Kreuzen Sie entsprechend an.

Hinweis: Jedes richtig gesetzte Kreuz ergibt +1 BE, jedes falsch gesetzte - 0,5 BE und jedes nicht gesetzte 0 BE. Im ungünstigsten Fall wird die Aufgabe mit 0 BE bewertet.

Aussage	w	f	n. e.
$f''(-1) > 0$			
$f'(2) = f(2)$			
Die lokale Änderungsrate der Funktion f an der Stelle $x = -0,5$ ist negativ.			
F hat genau drei Nullstellen.			

Teilaufgabe 3.2 (3 BE)

Skizzieren Sie in das gegebene Koordinatensystem von 3. einen möglichen Graphen der Stammfunktion F , welcher durch den Koordinatenursprung verläuft. Aus Ihrer Skizze sollen - sofern vorhanden - Extrem- und Wendestellen des Graphen von F klar ersichtlich sein.

Teilaufgabe 4. (4 BE)

Gegeben ist die Funktion h mit der Funktionsgleichung $h(x) = x \cdot e^{x-2}$ und der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente G_t an den Graphen der Funktion h an der Stelle $x = 2$.

Teilaufgabe 5.

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{14}(x^3 - 12x^2 + 36x + 49)$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph von f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

Teilaufgabe 5.1 (4 BE)

Untersuchen Sie die Funktion f auf Nullstellen.

Teilaufgabe 5.2 (5 BE)

Ermitteln Sie jeweils die Art und die Koordinaten der relativen Extrempunkte von G_f .

Teilaufgabe 5.3 (4 BE)

Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen G_f für $-1 \leq x \leq 8$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab für beide Achsen: 1 LE = 1 cm

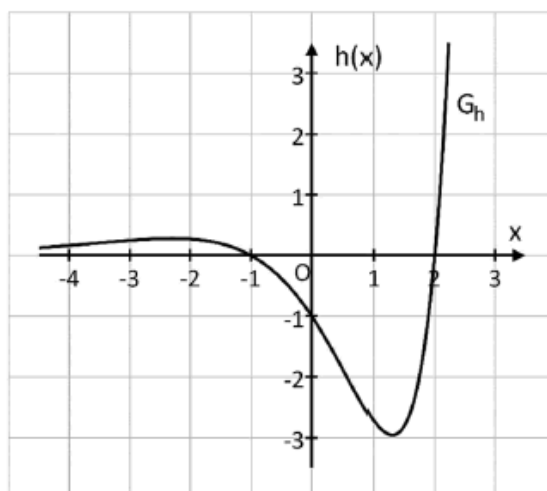
Teilaufgabe 5.4 (4 BE)

Der Graph der Funktion f und die Gerade mit der Gleichung $x = 6$ schließen zusammen mit den Koordinatenachsen im I. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung aus Teilaufgabe 5.3 und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts.

Teilaufgabe 6.

Gegeben ist ein Ausschnitt des Graphen G_h der auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktion h mit der Funktionsgleichung $h(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_h mit den Koordinatenachsen haben ganzzahlige Werte und können der Abbildung entnommen werden.



Teilaufgabe 6.1 (6 BE)

Bestimmen Sie die Werte der Parameter a , b und c .

Teilaufgabe 6.2 (2 BE)

Die Funktion H mit der Definitionsmenge $D_H = \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion von h . Deuten Sie $|H(2) - H(0)| \approx 4,19$ geometrisch in Bezug auf G_h .

Teilaufgabe 7.

Die Population eines bestimmten Bienenvolkes von Beginn des Monats März bis Ende Oktober kann näherungsweise durch die Funktion N mit der Funktionsgleichung

$$N(t) = 2t^2 \cdot e^{-0,125 \cdot t - 0,2} + 5 \text{ mit } t \in [0; 35]$$

modelliert werden. Ab Ende Oktober verändert sich die Anzahl der Bienen in diesem Volk nach anderen Gesetzmäßigkeiten und soll im Folgenden nicht weiter betrachtet werden. Die Variable t im Funktionsterm steht für die seit Beobachtungsbeginn Anfang März ($t_0 = 0$) vergangene Zeit in Wochen. Der Funktionswert von N gibt die Anzahl der Bienen in Tausend zum Zeitpunkt t an.

Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.

Teilaufgabe 7.1 (3 BE)

Geben Sie die Anzahl der Bienen zu Beobachtungsbeginn an und berechnen Sie, wie viele Bienen das Volk fünf Wochen nach Beobachtungsbeginn zählt.

Teilaufgabe 7.2 (8 BE)

Ermitteln Sie, nach wie vielen Wochen die Anzahl der Bienen im Beobachtungszeitraum das absolute Maximum erreicht hat und berechnen Sie diese maximale Bienenanzahl.

[Mögliches Teilergebnis: $\dot{N} = e^{-0,125 \cdot t - 0,2} \cdot (-0,25t^2 + 4t)$]

Teilaufgabe 7.3 (5 BE)

Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion N im angegebenen Definitionsbereich in ein Koordinatensystem. Bestimmen Sie anschließend mithilfe des Graphen nachvollziehbar den Monat, in welchem die Anzahl der Bienen im Volk erstmals 50000 beträgt.

Maßstab: 4 Wochen $\hat{=}$ 1 cm; 10000 Bienen $\hat{=}$ 1 cm

Teilaufgabe 7.4 (2 BE)

An der Stelle $t_W \approx 4,7$ ändert der Graph der Funktion N sein Krümmungsverhalten von einer Links- in eine Rechtskrümmung. Weiterhin gilt $\dot{N}(t_W) \approx 6,04$.

Interpretieren Sie die beiden Werte im Sachzusammenhang.