

Fachabitur 2024 Mathematik NT Stochastik S II

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Teilaufgabe 1. (3 BE)

Bei der Befragung von zufällig ausgewählten Kunden eines Lebensmittelmarkts wird unter anderem untersucht, ob sie Vegetarier (V) sind bzw. ob sie in bar (B) bezahlen. Das Ergebnis der Befragung ist in der nebenstehenden Vierfeldertafel dargestellt.

	V	\bar{V}	
B	0,10	0,45	0,55
\bar{B}	0,05	0,40	0,45
	0,15	0,85	1

Untersuchen Sie, ob der Anteil der Barzahler unter den Vegetariern höher ist als der Anteil der Barzahler unter den Nicht-Vegetariern.

Teilaufgabe 2. (2 BE)

Die durchgeführte Umfrage hat ebenfalls ergeben, dass 80% aller Befragten beim Einkaufen im Supermarkt eine eigene Einkaufstasche dabei haben. Betrachtet werden nun hintereinander anstehende Kunden an einer Supermarktkasse.

Geben Sie für die nachfolgenden Ereignisse jeweils einen Term an, der die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das beschriebene Ereignis ermöglicht.

E_1 : „Von zehn Kunden haben genau vier eine eigene Einkaufstasche mitgebracht.“

E_2 : „Von acht Kunden kaufen nur genau die ersten zwei und der letzte Kunde ohne eigene Einkaufstasche ein.“

Teilaufgabe 3. (2 BE)

Ein zufällig ausgewählter Kunde nutzt unabhängig davon, ob er eine Einkaufstasche dabei hat oder nicht, mit der Wahrscheinlichkeit p einen Einkaufswagen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zwei Kunden, die nacheinander den Supermarkt betreten, genau einer einen Einkaufswagen nutzt, beträgt 32%.

Geben Sie den Ansatz zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit p an.
Die Berechnung von p ist nicht erforderlich.

Teilaufgabe 4.

Im Supermarkt befinden sich insgesamt drei Kassen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der gleichzeitig besetzten Kassen während der Öffnungszeiten. Die folgende Tabelle zeigt die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von X :

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,05	0,45	0,35	0,15

Teilaufgabe 4.1 (2 BE)

Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretieren Sie den Wert im beschriebenen Sachzusammenhang.

Teilaufgabe 4.2 (3 BE)

Die Varianz der Zufallsgröße X hat den Wert 0,64.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Werte der Zufallsgröße X innerhalb der einfachen Standardabweichung um ihren Erwartungswert liegen.

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Teilaufgabe 5.

An einer Fachoberschule wird eine Umfrage zu den Zukunftsplänen der Schülerinnen und Schüler durchgeführt. Laut dieser Umfrage möchte nach dem Fachabitur ein Fünftel aller Befragten ein sogenanntes „Gap Year“ (G) machen. 70% davon haben vor, in diesem Jahr ins Ausland zu gehen (\bar{D}), alle anderen verbringen die Zeit lieber in Deutschland (D). Von denjenigen, die ins Ausland gehen, machen dort 35% Work Travel (W), 30% ein Praktikum (P) und der Rest andere Tätigkeiten (T) wie zum Beispiel Sprachreisen, Urlaub oder arbeiten als Au-pair. Die Hälfte derer, die während ihres Gap Years in Deutschland bleiben, nutzt die Zeit für ein Praktikum und die andere Hälfte für einen Freiwilligendienst (F). Von den Befragten, die sich gegen eine Auszeit (\bar{G}) nach dem Fachabitur entscheiden, planen 40% zu studieren (S). Der Rest wird zu gleichen Teilen die dreizehnte Klasse (K) besuchen oder eine Ausbildung beginnen (A).

Die Befragung einer zufällig ausgewählten Schülerin oder eines zufällig ausgewählten Schülers nach den Zukunftsplänen wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

Teilaufgabe 5.1 (5 BE)

Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des Zufallsexperiments.

Teilaufgabe 5.2 (4 BE)

Gegeben sind die folgenden Ereignisse:

E_1 : „Eine zufällig ausgewählte befragte Person plant ein Gap Year im Ausland.“

$$E_2 = \{(G; \overline{D}; P); (G; D; P)\}$$

$$E_3 = \overline{E_1 \cap E_2}$$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie E_2 möglichst einfach im Sachzusammenhang. Berechnen Sie anschließend $P(E_3)$.

Teilaufgabe 6. (5 BE)

Die Schülerin Lena entscheidet sich für ein Gap Year mit Auslandsaufenthalt in Asien. Sie findet einen Job bei einer Auffangstation für Meerestiere. Im Durchschnitt sind 65 von 100 behandelten Tieren in der Station Meeresschildkröten (S). Insgesamt sind 60% aller Verletzungen und Krankheiten bei Meerestieren die Folge von Plastikmüll (M) in den Ozeanen, zwei Drittel davon treten bei Meeresschildkröten auf.

Erstellen Sie für den beschriebenen Sachverhalt eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $E_4 = M \cup S$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik.

Teilaufgabe 7. (2 BE)

Eine von Lenas Lieblingsaufgaben in der Auffangstation ist das Freilassen von Baby-Schildkröten an möglichst sicheren Stränden. Sie weiß jedoch, dass die Überlebenschance der Baby-Schildkröten in den ersten paar Tagen aufgrund der hohen Anzahl an Fressfeinden nur bei 10% liegt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 20 freigelassenen Schildkrötenbabys mindestens drei, aber höchstens sieben Tiere überleben.

Teilaufgabe 8.

Lena möchte die Reisezeit ihres Work Travel Aufenthalts nutzen, um Tauchen zu lernen. Eine Tauchschule in Thailand macht Werbung mit der Behauptung, dass bei mindestens 70% aller Tauchgänge Meeresschildkröten beobachtet werden können. Lena vermutet allerdings, dass der Anteil deutlich geringer ist (Gegenhypothese). Um ihren Verdacht mit einem Hypothesentest zu überprüfen, befragt sie jeweils einen Teilnehmer bzw. eine Teilnehmerin von 50 verschiedenen Tauchgängen, ob Schildkröten gesehen wurden. Lena möchte sich bei der Annahme ihrer Vermutung mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 3% irren.

Teilaufgabe 8.1 (5 BE)

Geben Sie für diesen Test die Testgröße sowie die Nullhypothese an. Ermitteln Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese und geben Sie an, welche Entscheidung der Test nahelegt, wenn auf genau 20 Tauchgängen keine Meeresschildkröten gesehen werden.

Teilaufgabe 8.2 (2 BE)

Berechnen Sie für den in Teilaufgabe 4.1 entwickelten Test die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn tatsächlich nur auf der Hälfte aller Tauchgänge mit der Tauchschule Meeresschildkröten gesehen werden.