

## Fachabitur 2024 Mathematik NT Stochastik S I

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

### Teilaufgabe 1. (3 BE)

Bei der Befragung von zufällig ausgewählten Kunden eines Lebensmittelmarkts wird unter anderem untersucht, ob sie Vegetarier (V) sind bzw. ob sie in bar (B) bezahlen. Das Ergebnis der Befragung ist in der nebenstehenden Vierfeldertafel dargestellt.

	V	$\bar{V}$	
B	0,10	0,45	0,55
$\bar{B}$	0,05	0,40	0,45
	0,15	0,85	1

Untersuchen Sie, ob der Anteil der Barzahler unter den Vegetariern höher ist als der Anteil der Barzahler unter den Nicht-Vegetariern.

### Teilaufgabe 2. (2 BE)

Die durchgeführte Umfrage hat ebenfalls ergeben, dass 80% aller Befragten beim Einkaufen im Supermarkt eine eigene Einkaufstasche dabei haben. Betrachtet werden nun hintereinander anstehende Kunden an einer Supermarktkasse.

Geben Sie für die nachfolgenden Ereignisse jeweils einen Term an, der die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das beschriebene Ereignis ermöglicht.

$E_1$ : „Von zehn Kunden haben genau vier eine eigene Einkaufstasche mitgebracht.“

$E_2$ : „Von acht Kunden kaufen nur genau die ersten zwei und der letzte Kunde ohne eigene Einkaufstasche ein.“

### Teilaufgabe 3. (2 BE)

Ein zufällig ausgewählter Kunde nutzt unabhängig davon, ob er eine Einkaufstasche dabei hat oder nicht, mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  einen Einkaufswagen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zwei Kunden, die nacheinander den Supermarkt betreten, genau einer einen Einkaufswagen nutzt, beträgt 32%.

Geben Sie den Ansatz zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit  $p$  an.  
Die Berechnung von  $p$  ist nicht erforderlich.

**Teilaufgabe 4.**

Im Supermarkt befinden sich insgesamt drei Kassen. Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der gleichzeitig besetzten Kassen während der Öffnungszeiten. Die folgende Tabelle zeigt die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$ :

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,05	0,45	0,35	0,15

**Teilaufgabe 4.1** (2 BE)

Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße  $X$  und interpretieren Sie den Wert im beschriebenen Sachzusammenhang.

**Teilaufgabe 4.2** (3 BE)

Die Varianz der Zufallsgröße  $X$  hat den Wert 0,64.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Werte der Zufallsgröße  $X$  innerhalb der einfachen Standardabweichung um ihren Erwartungswert liegen.

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

**Teilaufgabe 5.**

Im Juni und Juli 2024 findet die Fußball-Europameisterschaft in Deutschland statt. Ein Tourismusunternehmen bietet für fußballbegeisterte Kunden diverse Möglichkeiten, an der Veranstaltung in Deutschland teilzunehmen. Im Nachfolgenden werden nur Kunden betrachtet, welche sich für die Fußball-Europameisterschaft interessieren.

Fußballbegeisterte Kunden können bei dem Tourismusunternehmen Anreise (A), Unterkunft (U) und Eintritt zu einem Spiel (S) buchen. 50% aller Fans buchen die Anreise. Von diesen buchen 80% gleichzeitig eine Unterkunft. Von den Fans, die eigenständig anreisen, buchen 60% eine Unterkunft. Unabhängig davon, ob die Anreise bzw. die Unterkunft beim Tourismusunternehmen gebucht oder nicht gebucht wurde, bucht ein fester Anteil aller Fans den Eintritt für den Besuch eines Spieles. Von allen Fans entscheiden sich 36% für das Komplettangebot aus Anreise mit Unterkunft und Eintritt.

Das Buchungsverhalten eines beliebig herausgegriffenen fußballbegeisterten Kunden des Tourismusunternehmens wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

**Teilaufgabe 5.1** (5 BE)

Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments.

[Teilergebnis:  $P(\{(A; \bar{U}; \bar{S})\}) = 0,01$ ]

**Teilaufgabe 5.2** (3 BE)

Gegeben sind folgende Ereignisse:

$E_1$ : „Ein zufällig ausgewählter Kunde bucht die Anreise oder den Eintritt zu einem Spiel.“

$$E_2 = \{(A; U; S); (A; \bar{U}; \bar{S}); (\bar{A}; \bar{U}; S)\}$$

$$E_3 = \overline{\bar{E}_1 \cup E_2}$$

Ermitteln Sie eine aufzählende Mengenschreibweise für  $E_3$ .

**Teilaufgabe 6.** (5 BE)

Ein Hotel, welches zur Europameisterschaft ausschließlich mit Fans belegt ist, bietet neben den gewöhnlichen Services zwei zusätzliche Dienste an, welche die Gäste wählen können. Diese sind ein Fahrdienst zum Spiel im örtlichen Stadion (F) sowie ein Besuch des Trainingsgeländes der ansässigen Nationalmannschaft (N). Von früheren Großereignissen ist bekannt, dass drei von fünf Gästen den Fahrdienst wählen. Insgesamt entscheiden sich 50% aller Gäste für genau einen der beiden zusätzlichen Dienste. Außerdem gilt:  $P_F(N) = 0,25$ .

Bestimmen Sie mithilfe einer Vierfeldertafel, wie viele der insgesamt 400 Gäste des Hotels keinen der beiden zusätzlichen Dienste wünschen.

**Teilaufgabe 7.** (2 BE)

Bei der Zusammenstellung der sechs Gruppen für die Gruppenphase wurden zunächst die vermeintlich sechs stärksten Mannschaften zufällig per Los auf die sechs Gruppen verteilt. Diese sechs Mannschaften werden als „Gruppenköpfe“ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gruppenkopf unter den 16 Mannschaften, die ins Achtelfinale einziehen, vertreten ist, beträgt  $p = 0,8$ .

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses:

$E_4$ : „Nicht alle Gruppenköpfe erreichen das Achtelfinale.“

**Teilaufgabe 8.**

Ein Fanshop vor einem Stadion bietet den Fans genau die folgenden drei Artikel zum Kauf:

Artikel	Trikot	Hose	Fahne
Preis in €	100	50	10

Im Folgenden werden nur Fans betrachtet, die mindestens einen der obigen drei Artikel kaufen, wobei kein Fan denselben Artikel mehrfach kauft.

Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Ausgaben in Euro eines Fans im Fanshop.

Die folgende Tabelle zeigt die unvollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$ .

$x$							160
$P(X=x)$	0,1	0,2	0,2	0,15	0,05	0,25	0,05

**Teilaufgabe 8.1 (3 BE)**

Vervollständigen Sie die Tabelle, indem Sie die fehlenden Zufallswerte  $x$  von links nach rechts der Größe nach aufsteigend in die obere Tabellenzeile eintragen. Berechnen Sie anschließend die durchschnittlichen Tageseinnahmen des Fanshops pro Spieltag, wenn im Fanshop mit durchschnittlich 250 Fans an einem Spieltag zu rechnen ist.

**Teilaufgabe 8.2** (5 BE)

Aufgrund der zunehmenden Anzahl an umweltbewussten Fans überlegt der Inhaber des Fanshops nur noch GREEN-Label zertifizierte Trikots und Hosen anzubieten. Er müsste dafür aber die Verkaufspreise dieser Artikel deutlich erhöhen. Ein befreundeter Geschäftsmann behauptet, dass erfahrungsgemäß mindestens 80% der Fans den Preisanstieg akzeptieren würden und dadurch eine deutliche Gewinnsteigerung zu erwarten sei. Sollte dies der Fall sein, will der Inhaber des Fanshops die Umstellung wagen. Allerdings glaubt er, dass deren Anteil deutlich geringer ist (Gegenhypothese).

Um eine Entscheidung zu treffen, befragt er 100 zufällig ausgewählte Fans, ob diese höhere Preise für die GREEN-Label zertifizierten Produkte in Kauf nehmen würden.

Entwickeln Sie für den Inhaber des Fanshops einen geeigneten Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von 5% . Geben Sie an, welche Entscheidung der Test nahelegt, wenn 75 Kunden angeben, dass sie die höheren Preise für die GREEN-Label zertifizierten Produkte akzeptieren würden.