

ANALYTISCHE GEOMETRIE

VI.

BE

Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 die Ebene F , die parallel zur x_3 -Achse ist und die Punkte $A(-2|1,5|6)$ und $B(0|3|0)$ enthält, sowie die Ebenenschar $E_a : 2x_1 + 2x_2 + x_3 - a = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- 4 a) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene F in Normalenform.
[Zur Kontrolle: $F: 3x_1 - 4x_2 + 12 = 0$]

- 4 b) Die Kugel K mit dem Mittelpunkt $M(3|-1|0)$ berührt die Ebene F . Berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunkts und den Radius r der Kugel.
[Teilergebnis: $r = 5$]

- 3 c) Die Punktspiegelung der Kugel K am Punkt A ergibt die Kugel K' . Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M' der Kugel K' und geben Sie deren Radius r' an.
[Teilergebnis: $M'(-7|4|12)$]

- 6 d) Zeigen Sie, dass die Ebenen E_{13} und E_{-3} symmetrisch bezüglich des Punktes A liegen, und berechnen Sie den Abstand dieser beiden Ebenen.

- 8 e) Die Ebene E_{13} schneidet die Kugel K in einem Kreis. Berechnen Sie den Mittelpunkt N und den Radius ρ dieses Kreises. Warum hat der Schnittkreis von E_{-3} mit der Kugel K' ebenfalls den Radius ρ ?
[Teilergebnis: $N(5|1|1)$]

- 8 f) Die Kreise aus Teilaufgabe e bilden die Grund- und die Deckfläche eines schiefen Zylinders. Berechnen Sie das Volumen dieses schiefen Zylinders und den Winkel φ , um den die Zylinderachse gegen die Grundfläche geneigt ist.

- 7 g) In welcher Ebene der Schar E_a liegt der Punkt M' ? Für welche Werte des Scharparameters a schneiden sich die Kugel K' und die Ebene E_a in einem Kreis?

40