

ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

BE	
	Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ die Punkte $A(5 1 0)$ und $B(1 5 2)$, die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, sowie die Ebenenschar $E_k: kx_1 + x_2 + kx_3 - 11 = 0$, $k \in \mathbb{R}$.
4	1. a) Es gibt eine Gerade h , die in allen Ebenen der Schar E_k enthalten ist. Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden h in Parameterform.
6	b) Weisen Sie nach, dass genau eine Ebene der Schar echt parallel zur Geraden g ist. In welcher Lagebeziehung stehen folglich g und h ? Begründen Sie Ihre Antwort.
4	2. a) Zeigen Sie, dass die Punkte A und B in der Ebene E_2 liegen, und bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts C von E_2 mit der Geraden g .
	[Zur Kontrolle: $C(-1 1 6)$]
5	b) Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC gleichschenklighrechtwinklig ist, und ermitteln Sie die Koordinaten eines Punkts D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ist.
	Das Quadrat $ABCD$ als Grundfläche bildet zusammen mit einem Punkt S als Spitze eine vierseitige Pyramide $ABCDS$. Der Punkt S liegt dabei auf der Geraden g und ist so gewählt, dass die Pyramide gerade ist, das heißt, der Fußpunkt F der Pyramidenhöhe ist gleichzeitig der Diagonalschnittpunkt des Quadrats.
4	c) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte F und S .
	[Zur Kontrolle: $S(6 3 7)$]
6	d) Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide sowie den Inhalt ihrer Oberfläche.
7	e) K sei die Kugel, auf der alle Ecken der Pyramide $ABCDS$ liegen. Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M und den Radius r der Kugel K und zeigen Sie, dass M im Inneren der Pyramide liegt.
4	f) Betrachtet werden nun eine gerade Pyramide mit dem Quadrat $ABCD$ als Grundfläche und der Höhe $h' > 0$ sowie die Kugel durch die Ecken dieser Pyramide. Für welche Werte von h' liegt der Mittelpunkt dieser Kugel außerhalb der Pyramide?
40	