

INFINITESIMALRECHNUNG

BE	II.
	Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto x \cdot e^{2-x}$ mit dem Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.
3	1. a) Geben Sie die Nullstelle von f an und untersuchen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow +\infty$.
6	b) Bestimmen Sie Art und Lage des Extrempunkts von G_f und ermitteln Sie die Gleichung der Tangente t an G_f im Punkt $P(0 f(0))$. [Zur Kontrolle: $f'(x) = (1-x)e^{2-x}$]
4	c) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f . Geben Sie die Koordinaten des Wendepunkts von G_f an.
5	d) Berechnen Sie $f(-0,5)$ und $f(5)$. Zeichnen Sie die Tangente t und den Graphen G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem ein. (Platzbedarf im Hinblick auf das Folgende: $-7 \leq y \leq 9$)
4	2. a) Ermitteln Sie durch Betrachtung einer jeweils geeigneten Dreiecks- oder Trapezfläche grobe Näherungswerte für $\int_0^1 f(x)dx$ und $\int_1^5 f(x)dx$.
6	b) Betrachtet wird die Integralfunktion $I : x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ für $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie ohne Verwendung einer integralfreien Darstellung der Funktion I Art und Lage des Extrempunkts des Graphen von I . Skizzieren Sie unter Einbeziehung der bisherigen Ergebnisse, insbesondere auch der Näherungswerte aus Teilaufgabe 2a, den Graphen von I in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe 1d.
	3. Gegeben ist nun zusätzlich die Schar der Geraden g_a mit den Gleichungen $y = ax$, $a \in \mathbb{R}$, und Definitionsbereich $D_a = \mathbb{R}$.
4	a) Jede Gerade g_a hat mit G_f den Ursprung gemeinsam (kein Nachweis erforderlich). Untersuchen Sie rechnerisch, für welche Werte des Parameters a es einen zweiten Punkt gibt, den die Gerade g_a mit G_f gemeinsam hat. Geben Sie die x -Koordinate x_S dieses Punktes in Abhängigkeit von a an. [Zur Kontrolle: $x_S = 2 - \ln a$]

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
5	b) $F: x \mapsto (-x-1) \cdot e^{2-x}$ mit $x \in \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion von f (Nachweis nicht erforderlich). Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die G_f mit der Geraden g_a für $a=1$ einschließt.
3	c) G_f und die x-Achse schließen im I. Quadranten ein sich ins Unendliche erstreckendes Flächenstück ein, das den endlichen Flächeninhalt e^2 besitzt (Nachweis nicht erforderlich). Für ein bestimmtes a_0 teilt die Gerade g_{a_0} dieses Flächenstück in zwei inhaltsgleiche Teilstücke. Geben Sie einen Ansatz zur Bestimmung von a_0 an.
40	