BE	
	INFINITESIMALRECHNUNG II.
	Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto e^{1-0{,}5x^2}$ mit Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$. Die Abbildung auf der folgenden Seite zeigt den Graphen G_f von f.
4	1. a) Untersuchen Sie G_f rechnerisch auf Symmetrie und Schnittpunkte mit den Achsen. Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$.
6	b) Zeigen Sie, dass gilt: $f''(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{1-0{,}5x^2}$. Bestimmen Sie durch Rechnung das Monotonieverhalten von f und die Koordinaten der Wendepunkte.
	2. Die Integralfunktion F ist definiert durch $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, $x \in \mathbb{R}$.
8	a) Untersuchen Sie das Symmetrie-, Monotonie- und Krümmungsverhalten des Graphen von F. Bestimmen Sie aus der Abbildung mit Hilfe des Gitternetzes Näherungswerte für $F(\frac{1}{2})$, F(1), F(2) und F(4). Tragen Sie den Graphen von F im Bereich $x \in [-4;4]$ in die gegebene Abbildung ein.
5	b) Für $x > 1$ gilt offensichtlich $xe^{1-0{,}5x^2} > e^{1-0{,}5x^2}$. Zeigen Sie damit, dass $\int_4^\infty f(x)dx < 10^{-3}$ ist. Was folgt für die Funktionswerte von F für $x \geq 4$?
	3. Die Funktion f soll im Folgenden in einer Umgebung von $x = 0$ durch eine Polynomfunktion p mit dem Term $p(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, angenähert werden.
6	a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und c so, dass f und p an der Stelle $x = 0$ im Funktionswert und in den Werten der 1. bis einschließlich 4. Ableitung übereinstimmen. Ohne Nachweis darf verwendet werden: $f'''(0) = 0$, $f''''(0) = 3e$ [Zur Kontrolle: $p(x) = e \cdot (\frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1)$]
5	b) Zeigen Sie, dass p keine Nullstelle besitzt. Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche, die von den Koordinatenachsen, dem Graphen von p und der Geraden $x = 1$ eingeschlossen wird, auf 4 Dezimalen gerundet. [Zur Kontrolle: $A \approx 2{,}3332$]

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
6	c) Bestimmen Sie nun den Wert des Integrals $\int\limits_0^1 f(x)dx$ mit Hilfe der Gauß'schen φ-Funktion ($\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0{,}5x^2}$) und dem stochastischen Tafelwerk. Um wie viel Prozent weicht der Näherungswert aus Teilaufgabe 3b von diesem Ergebnis ab?
40