LM1. INFINITESIMALRECHNUNG

BE

I.

1. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{\ln(x^2)}{x}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

6 a) Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten von G_f. Bestimmen Sie die Nullstellen von f und das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs.

7 b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte von G_f mit waagrechter Tangente und skizzieren Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem.

7 c) Zeigen Sie, dass für alle $u > 1$ gilt: $\int_{\frac{1}{u}}^{u} f(x)\,dx = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis der Integration am Graphen von f.

2. Betrachtet wird die Funktion K mit dem Term $K(v) = \dfrac{v}{\frac{v^2}{2a} + tv + s}$, $v \in \mathbb{R}^+$, und den positiven Parametern a, t und s.

K beschreibt in einem idealisierten Modell die sogenannte Kapazität einspuriger Straßen, das ist die Anzahl der Fahrzeuge, die bei genauer Einhaltung des Sicherheitsabstandes pro Zeiteinheit eine bestimmte Stelle passieren können. In diesem Modell wird vereinfachend angenommen, dass alle Fahrzeuge mit der gleichen Geschwindigkeit v fahren und außerdem die Parameter a (Bremsverzögerung), t (Reaktionszeit des Fahrers) und s (Fahrzeuglänge) für alle Fahrzeuge der Kolonne gleich sind.

3 a) Bestimmen Sie die Grenzwerte von $K(v)$ für $v \to 0$ und $v \to \infty$.

8 b) Zeigen Sie, dass $K(v)$ für $v = v_{max} = \sqrt{2as}$ maximal wird. Berechnen Sie v_{max} in $\frac{km}{h}$ für $a = 4{,}0\,\frac{m}{s^2}$ (regennasse Fahrbahn) und $s = 4{,}5\,m$.

4 c) Begründen Sie am Term K(v), dass die Kapazität bei zunehmender Fahrzeuglänge s abnimmt, wenn v, a und t konstant bleiben. Begründen Sie ebenfalls am Term, dass die Kapazität zunimmt, wenn die Bremsverzögerung a zunimmt und v, t und s konstant bleiben. Erläutern Sie letztere Aussage im Anwendungszusammenhang.

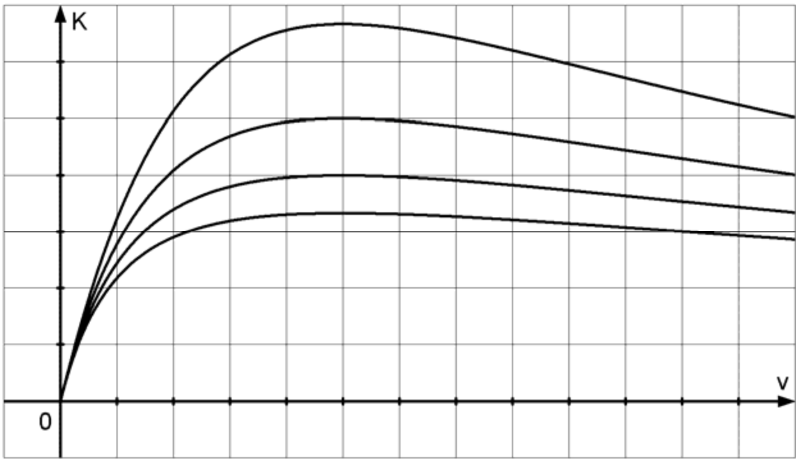
(Fortsetzung nächste Seite)

BE

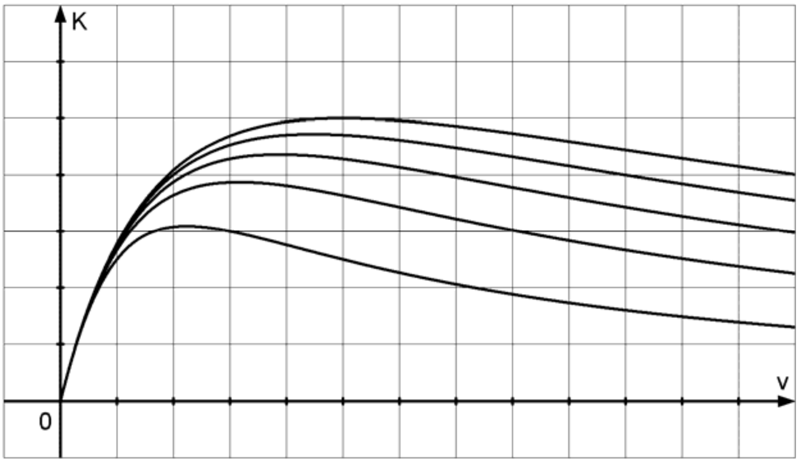
5

d) Die drei Diagramme (I), (II) und (III) zeigen den Verlauf von Schargraphen der Funktion K. In jedem dieser Diagramme variiert genau einer der Parameter a, t und s, während die anderen beiden Parameter konstant bleiben. Geben Sie für jedes der drei Diagramme an, welcher der Parameter variiert. Begründen Sie Ihre Antwort, z. B. mit Hilfe der Ergebnisse der Teilaufgaben 2b und 2c.

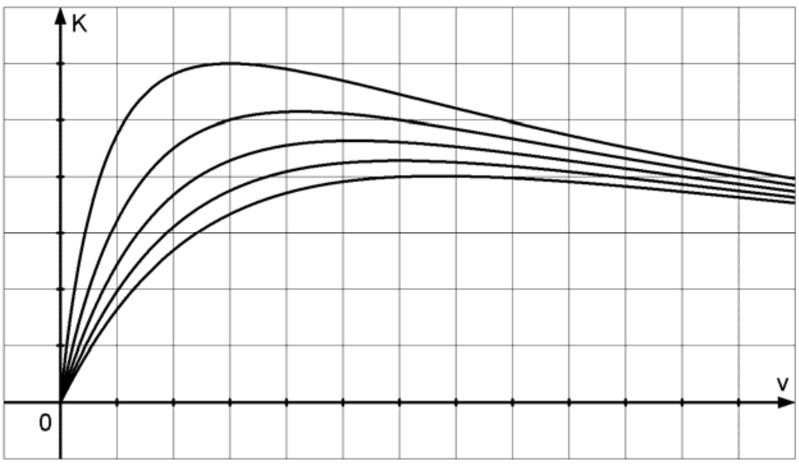
(I)



(II)



(III)



40