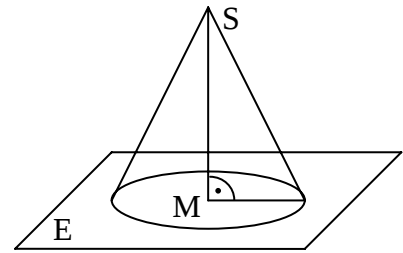


In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $M(-2|4|1)$, $S(6|8|9)$, $P(4|-8|1)$ sowie die

Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gegeben.

Die Strecke $[MS]$ ist die Höhe eines geraden Kreiskegels. Sein Grundkreis k um den Punkt M hat den Radius $6\sqrt{5}$ und liegt in der Ebene E .



- 5 1. a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform und zeigen Sie, dass der Punkt P auf dem Grundkreis k liegt.

[Zur Kontrolle: $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2 = 0$]

- 7 b) Zeigen Sie, dass die Gerade g in der Ebene E liegt, und bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte R und T von g und k . (Der Punkt mit positiver x_1 -Koordinate wird mit R bezeichnet.)

[Teilergebnis: $R(8|0|-7)$, $T(-10|0|11)$]

- 6 c) Die Gerade g teilt den Grundkreis k in einen kurzen und einen langen Kreisbogen. Berechnen Sie den Winkel φ , den die Vektoren $\overrightarrow{PR}$ und $\overrightarrow{PT}$ einschließen, und geben Sie an, auf welchem der beiden Bögen der Punkt P liegt. Begründen Sie Ihre Antwort.

- 4 2. a) Die Spiegelung der Geraden g an M ergibt die Gerade g' . Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von g' mit k .

[Teilergebnis: $(-12|8|9)$]

- 3 b) Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Punkte, in denen die Geraden g und g' den Kreis k schneiden, ein Rechteck bilden.

- 7 c) Das Rechteck aus Teilaufgabe 2b bestimmt zusammen mit dem Punkt S eine Pyramide. Wie viel Prozent des Kegelvolumens füllt diese Pyramide aus?

- 8 3. Die Spitze S des Kegels wird geradlinig mit dem in der Ebene E liegenden Punkt $Q(2|-20|9)$ verbunden. Auf der Strecke $[SQ]$ bewegt sich der Mittelpunkt einer Kugel mit Radius 3 auf die Ebene E zu. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B , in dem die Kugel die Ebene E berührt.