

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

BE

Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 die Punkte $A(1|2|3)$, $B(5|0|-1)$ und $D(-1|6|-1)$ sowie $S_t(1-t|8|t)$ mit $t \in \mathbb{R} \setminus \{9\}$ als Parameter.

- 5 1. a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und D eine Ebene E bestimmen, und ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

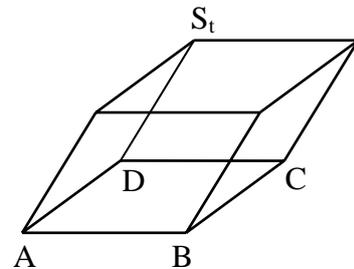
[Zur Kontrolle: $E: 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 9 = 0$]

- 4 b) Weisen Sie nach, dass sich die Punkte A, B und D durch einen vierten Punkt C zu einem Quadrat ABCD ergänzen lassen, und berechnen Sie den Diagonalschnittpunkt M dieses Quadrats.

[Teilergebnis: $M(2|3|-1)$]

- 5 c) Für welchen Wert von t ist die Entfernung von S_t zu M minimal?

2. Das Quadrat ABCD als Begrenzungsfläche und die Strecke $[DS_t]$ als Seitenkante bestimmen ein Parallellach.



- 6 a) Berechnen Sie alle Werte von t, für die das Parallellach den Rauminhalt $V = 144$ hat.

- 3 b) Bestimmen Sie t so, dass das Parallellach ein Quader ist.

Nun sei $t = 1$. Die durch die Punkte A, D und S_1 festgelegte Seitenfläche des Parallellachs liegt in der Ebene $F: 2x_1 - x_3 + 1 = 0$.

- 7 c) Im Punkt $T(1|5|3)$ dieser Seitenfläche wird ein Lot errichtet. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes U, in dem das Lot die Ebene E schneidet, und zeigen Sie, dass U nicht im Innern des Quadrats ABCD liegt.

- 3 d) Ermitteln Sie den Schnittwinkel der Ebenen E und F.

- 7 3. K sei die Kugel, die den Punkt M aus Teilaufgabe 1b als Mittelpunkt und den Radius $r = 3$ hat. Sie wird durch eine zentrische Streckung mit A als Zentrum und dem Streckungsfaktor -2 auf die Kugel K' abgebildet.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M' von K' sowie den maximalen Abstand, den zwei Punkte P und P' haben können, wenn P auf K und P' auf K' liegt.