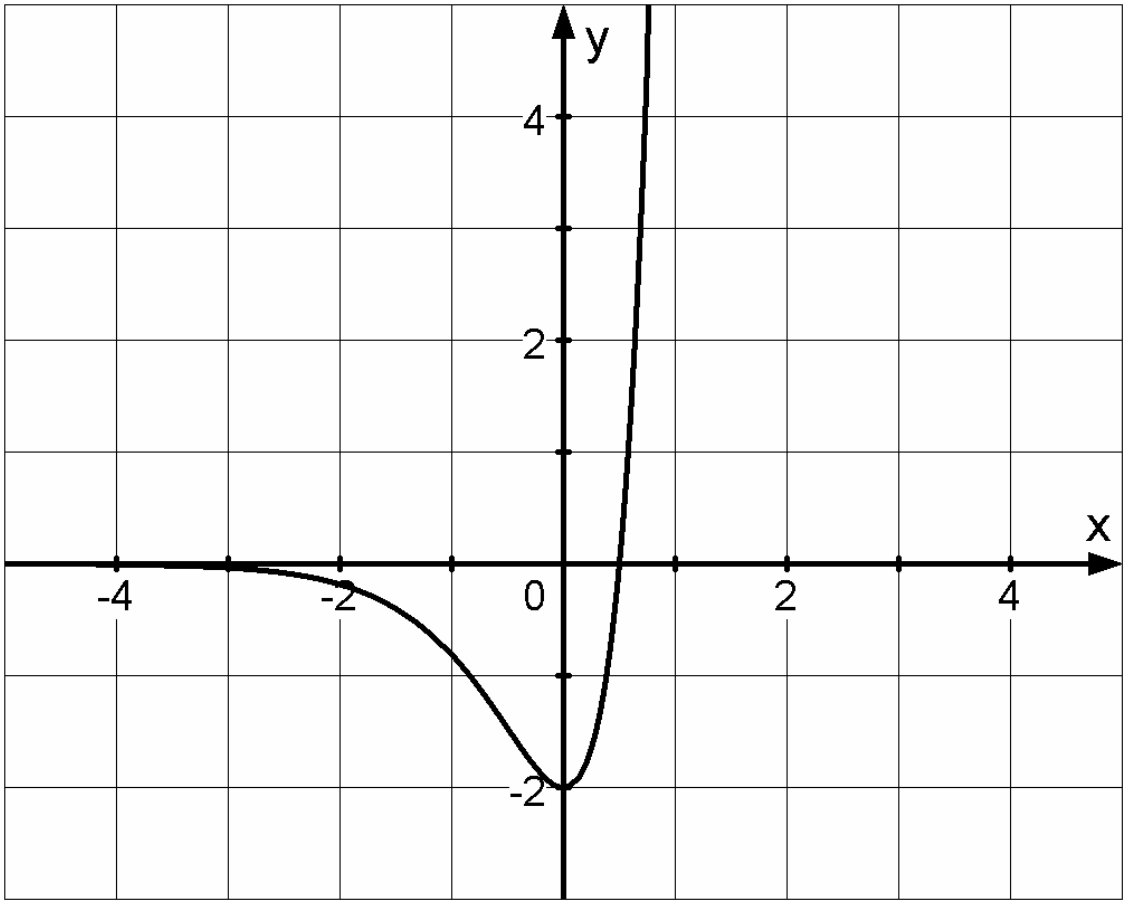
Name:_____
(vom Prüfling einzutragen)

BE

INFINITESIMALRECHNUNG II.

Die Abbildung zeigt den Graphen G_g der Funktion $g: x \mapsto (4x-2)\cdot e^{2x}$ mit dem Definitionsbereich $D_g = \mathbb{R}$.



5 1. a) Berechnen Sie die Nullstelle von g.
G_g besitzt genau einen Tiefpunkt (Nachweis nicht erforderlich).
Berechnen Sie dessen Koordinaten. [Zur Kontrolle: $g'(x) = 8xe^{2x}$]

9 b) Weisen Sie nach, dass G_g genau einen Wendepunkt besitzt, und bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente w. Tragen Sie diese in obige Abbildung ein. [Zur Kontrolle: $w: y = -\frac{4}{e}x - \frac{6}{e}$]

5 c) Gegeben ist die Integralfunktion $I: x \mapsto \int_0^x g(t)dt$ mit $x \in \mathbb{R}$.
Für verschiedene Werte von x wird jeweils das Vorzeichen von I(x) betrachtet. Was kann hierüber ohne Rechnung im Bereich $0 < x \leq 0{,}5$ ausgesagt werden, was im Bereich $x > 0{,}5$? Begründen Sie Ihre Antwort, ohne eine integralfreie Darstellung von I zu verwenden.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	Gegeben ist nun zusätzlich die Funktion $h: x \mapsto (-4x-2)\cdot e^{-2x}$ mit Definitionsbereich $D_h = \mathbb{R}$ und zugehörigem Graph G_h.
6	2. a) Begründen Sie anhand der Funktionsterme von g und h, dass man G_h erhält, indem man G_g an der y-Achse spiegelt. Zeichnen Sie G_h in die Abbildung ein. Geben Sie die Gleichung der Wendetangente von G_h an.
5	b) Die Funktion $G: x \mapsto (2x-2)\cdot e^{2x}$ mit $D_G = \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion von g (Nachweis nicht erforderlich). Die Schnittpunkte der Graphen G_g bzw. G_h mit der x-Achse werden mit N bzw. M bezeichnet. Berechnen Sie den Inhalt A des Flächenstücks, das von der Strecke [MN] sowie den Graphen G_g und G_h eingeschlossen wird. (Hinweis: G_g und G_h schneiden sich nur auf der y-Achse.)
	3. Betrachtet wird nun die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_a: x \mapsto (2ax-2)\cdot e^{ax}$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
3	a) Zeigen Sie, dass die Funktionen g und h Funktionen der Schar sind, indem Sie die zugehörigen Parameterwerte a angeben. Weisen Sie nach, dass alle Graphen der Schar die y-Achse im selben Punkt schneiden.
3	b) Jede Funktion der Schar hat genau eine Wendestelle und zwar bei $x = -\frac{1}{a}$ (Nachweis nicht erforderlich). Zeigen Sie, dass alle Wendepunkte auf einer Parallelen p zur x-Achse liegen, und geben Sie die Gleichung von p an.
4	c) Die Wendetangente jedes Graphen der Schar schließt mit den Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck ein. Für bestimmte Werte von a ist dieses Dreieck gleichschenklig. Beschreiben Sie einen Weg, um diese Werte von a rechnerisch zu ermitteln (Rechnungen nicht erforderlich).
40	