BE

ANALYTISCHE GEOMETRIE VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Punkte $A(1|2|0)$, $B(3|0|2)$ und $C(5|5|2)$ ein Dreieck in einer Ebene E fest. Die Gerade g enthält den Punkt B und besitzt den Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

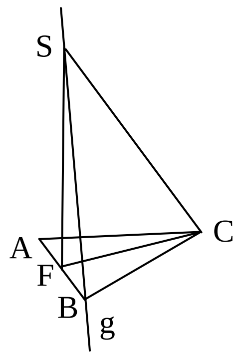
7 1. a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist, und berechnen Sie alle Innenwinkel dieses Dreiecks.

5 b) Weisen Sie nach, dass der Punkt $F(2|1|1)$ Mittelpunkt der Strecke [AB] ist, und ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene G in Normalenform, bezüglich der die Punkte A und B zueinander symmetrisch sind.

[mögliches Ergebnis: $G: x_1 - x_2 + x_3 - 2 = 0$]

4 c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden g mit der Ebene G.

[Ergebnis: $S(-3|3|8)$]



6 d) Bestätigen Sie, dass die Gerade FS senkrecht auf der Ebene E steht, und begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass der Punkt F auf dem Kreis in der Ebene G mit Durchmesser [SC] liegt.

5 2. a) Bei der Rotation des rechtwinkligen Dreiecks FCS um die Achse FS entsteht ein gerader Kegel K_1. Berechnen Sie das Volumen dieses Kegels.

6 b) Der Kegel K_1 schneidet die Ebene G im Dreieck CSC^*. Berechnen Sie die Koordinaten von C^* und zeichnen Sie das Dreieck CSC^* in wahrer Größe (1 LE entspricht 1 cm; sinnvolle Rundung der Längen).

4 c) Es sei r der Radius der größten Halbkugel mit Grundfläche in E, die dem Kegel K_1 einbeschrieben werden kann.
Beschreiben Sie einen Weg zur rechnerischen Bestimmung von r (Rechnungen nicht erforderlich).

3 d) Lässt man das Dreieck FCS um die Achse FC rotieren, so entsteht ein Kegel K_2.
Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass folgende Schlussfolgerung falsch ist: „Weil bei K_2 im Vergleich zu K_1 Höhe und Grundkreisradius nur vertauscht sind, müssen K_1 und K_2 das gleiche Volumen besitzen.“

40