BE	

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ ist die Ebenenschar

$E_t: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda, \tau \in \mathbb{R}$ und $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

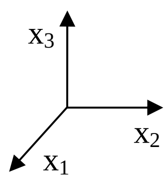
5 1. a) Bestimmen Sie eine Gleichung von E_t in Normalenform. Begründen Sie, dass alle Ebenen der Schar zueinander parallel sind.
[mögliches Teilergebnis: $E_t: 2x_1 + x_2 - 2x_3 - t = 0$]

3 b) Berechnen Sie den Winkel φ, unter dem jede Ebene der Schar E_t die x_1x_2-Ebene schneidet, auf eine Dezimale gerundet.

6 c) Die Ebene L enthält die x_2-Achse und ist Lotebene zur Ebene E_t. Ermitteln Sie eine Gleichung von L in Normalenform und geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s_t von L und E_t in Parameterform an. [mögliches Teilergebnis: $L: x_1 + x_3 = 0$]

2. Die Ebene E_t schneidet die x_1-Achse im Punkt A_t, die x_2-Achse im Punkt B_t und die x_3-Achse im Punkt C_t. Diese Punkte und der Ursprung O sind für $t \neq 0$ die Ecken einer Pyramide Π_t.

5 a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_t, B_t und C_t und zeichnen Sie in einem Koordinatensystem (vgl. Skizze) für $t = -8$ die Pyramide Π_{-8} ein.
[Teilergebnis: $A_t(\frac{t}{2}|0|0)$; $B_t(0|t|0)$; $C_t(0|0|-\frac{t}{2})$]



7 b) Zeigen Sie, dass die Pyramide Π_t den Oberflächeninhalt t^2 besitzt, und ermitteln Sie das Volumen V_t von Π_t in Abhängigkeit von t.

4 c) Die Ebene $F: 2x_2 = t$ liegt parallel zu einer Seitenfläche und zerlegt Π_t in zwei Teilkörper. Berechnen Sie das Verhältnis ihrer Volumina.

5 d) Zeigen Sie, dass die Kugel K mit dem Mittelpunkt $N_t(\frac{t}{8}|\frac{t}{8}|-\frac{t}{8})$ und dem Radius $\rho_t = \frac{|t|}{8}$ die Inkugel der Pyramide Π_t ist, also alle Begrenzungsflächen von Π_t von innen berührt.

5 e) Die Ecken der Pyramide Π_t liegen auf einer Kugel (Umkugel) mit dem Mittelpunkt $M(m_1|m_2|m_3)$ und dem Radius r.
Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass gilt: $m_2 = \frac{t}{2}$.
Geben Sie m_1 sowie m_3 an und berechnen Sie r.

40