

BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}$ mit maximalem Definitionsbereich D_f . Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

- 4 1. a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich D_f , die Nullstellen von f und das Symmetrieverhalten von G_f an.
- 6 b) Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs und geben Sie die Asymptoten von G_f an.
- 6 c) Bestimmen Sie Art und Lage des relativen Extrempunkts E von G_f .
- [Zur Kontrolle: $E(0 | \frac{1}{3})$]
- 6 d) Berechnen Sie $f(2,5)$ sowie $f(4)$ und skizzieren Sie den Graphen G_f und seine Asymptoten unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse im Bereich $-7 \leq x \leq 7$.
- 7 2. a) $F : x \mapsto x + \ln \frac{3-x}{x+3}$ ist Stammfunktion von f im maximalen Definitionsbereich D_F (Nachweis nicht erforderlich).
Zeigen Sie, dass $D_F =]-3; 3[$ der maximale Definitionsbereich von F ist.
Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche, die G_f mit der x -Achse einschließt, auf zwei Dezimalen genau.
- [Zur Kontrolle: $A \approx 0,83$]
- 4 b) Begründen Sie, beispielsweise mit Hilfe von Flächenbetrachtungen, dass die Integralfunktion $F_0 : x \mapsto \int_0^x f(t) dt$ im Intervall $]-3; 3[$ drei Nullstellen hat.
(Hinweis: Die Nullstellen müssen nicht berechnet werden.)

(Fortsetzung nächste Seite)

3. Betrachtet werden nun Funktionen der Form $f_{a,b} : x \mapsto \frac{x^2 - a}{x^2 - b}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq b$ im jeweils maximalen Definitionsbereich. Ihre Graphen werden mit $G_{a,b}$ bezeichnet. Beispielsweise erhält man für $a = 3$ und $b = 9$ obige Funktion f .

3

a) Was muss für b gelten, damit $f_{a,b}$ in ganz $\mathbb{R}$ definiert ist?

Geben Sie die Zahl der Nullstellen in Abhängigkeit von a an.

4

b) Einer der drei abgebildeten Graphen $G_{a,b}$ gehört zum Fall $0 < b < a$.

Geben Sie an, welcher dies ist, und begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie erklären, warum die beiden anderen Graphen für den Fall $0 < b < a$ nicht in Betracht kommen.

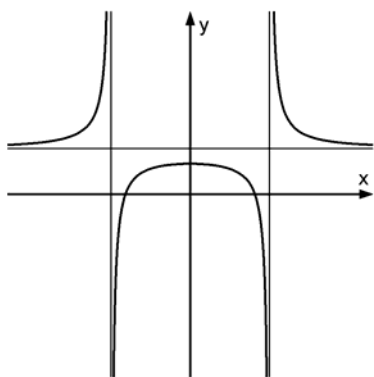


Abb. 1

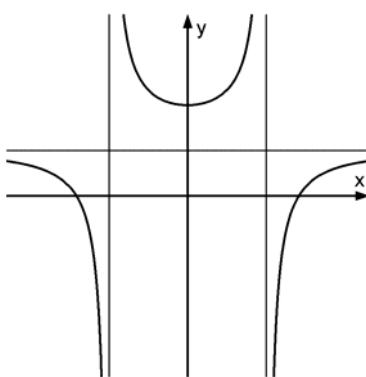


Abb. 2

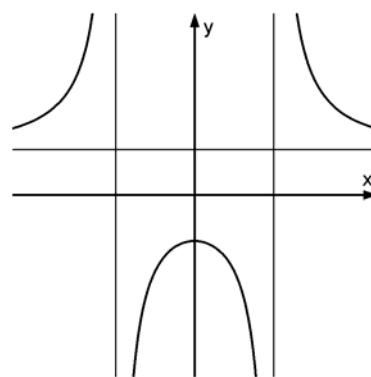


Abb. 3