

GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

BE

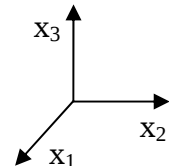
In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(8|2|0)$, $B(8|3|2)$, $C(8|-3|2)$ und $D(8|-2|0)$ sowie der Punkt $B'(0|3|2)$ gegeben.

- 5 1. a) Die Punkte A, B und B' spannen eine Ebene E auf. Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: $E: 2x_2 - x_3 - 4 = 0$]

- 8 b) Begründen Sie, dass das Viereck ABCD ein Trapez ist, und tragen Sie es in ein Koordinatensystem (vgl. Skizze) ein.

Welche Symmetrieeigenschaft und welche besondere Lage im Koordinatensystem hat das Trapez?



- 5 c) Der Punkt A' ist der Schnittpunkt der Ebene E mit der x_2 -Achse. Berechnen Sie die Koordinaten von A'. Weisen Sie nach, dass das Dreieck DAA' rechtwinklig ist, und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D' so, dass das Viereck DAA'D' ein Rechteck ist.

[Teilergebnis: $A'(0|2|0)$]

- 3 d) Der Punkt C' entsteht durch Spiegelung des Punktes B' an der x_1x_3 -Ebene. Geben Sie die Koordinaten von C' an und zeichnen Sie das Prisma ABCDA'B'C'D' in die Zeichnung von Teilaufgabe 1b ein.

2. Beim Prisma ABCDA'B'C'D' aus Teilaufgabe 1d handelt es sich um ein gerades Prisma (Nachweis nicht erforderlich). Dieses Prisma gibt die Form eines 16 m langen Stücks eines Kanals wieder (1 LE in der Zeichnung entspricht 2 m).

- 4 a) Berechnen Sie den Neigungswinkel α der Kanalböschung AA'B'B gegenüber der horizontalen x_1x_2 -Ebene.

- 7 b) Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser das 16 m lange Kanalstück enthält, wenn der Kanal bis oben gefüllt ist.

[Ergebnis: 640 m^3]

- 8 c) Während einer Hitzeperiode führt das 16 m lange Kanalstück nur noch 45 % der in Teilaufgabe 2b bestimmten Wassermenge. Weisen Sie zunächst allgemein nach, dass zwischen der Wassertiefe t des Kanals und der zugehörigen Breite b der Wasseroberfläche – jeweils gemessen in m – folgender Zusammenhang besteht:
 $b = t + 8 \text{ m}$.

Berechnen Sie anschließend die Wassertiefe des Kanals in der Hitzeperiode.