Name:..
(vom Prüfling einzutragen)

BE

II.

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \ln \frac{-1}{1+x}$ mit dem maximal möglichen Definitionsbereich D. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

4 a) Bestimmen Sie D, die Nullstelle von f sowie das Verhalten von f an den Rändern von D.

4 b) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f.

5 c) Warum besitzt f eine Umkehrfunktion? Geben Sie die Definitionsmenge der Umkehrfunktion f^{-1} an und ermitteln Sie den Funktionsterm $f^{-1}(x)$.

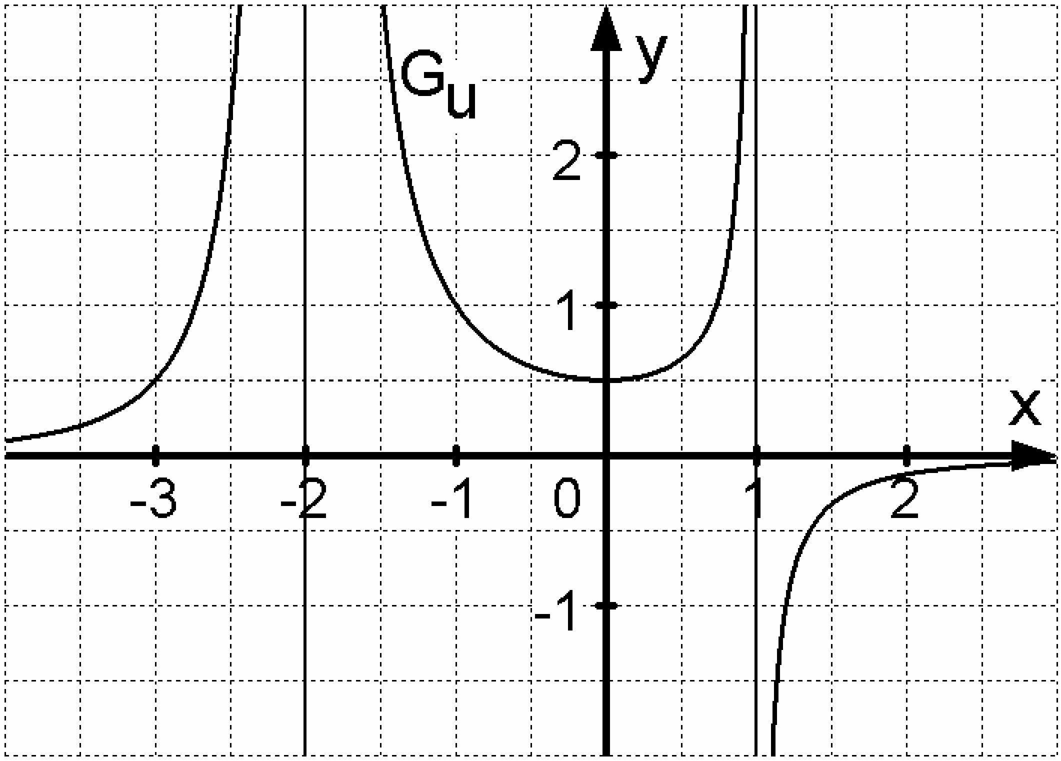
5 d) Skizzieren Sie unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Funktionen f und f^{-1} in ein Koordinatensystem. Tragen Sie dazu auch alle Asymptoten sowie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ein.

4 e) Der Graph G_f, die x-Achse und die Gerade $x = -1$ schließen im zweiten Quadranten ein sich ins Unendliche erstreckendes Flächenstück mit endlichem Inhalt ein. Berechnen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2. Es sei g eine in $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktion mit dem Graphen G_g. Die Abbildung zeigt den Graphen G_u der in $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ definierten Funktion $u: x \mapsto u(x) = \frac{1}{g(x)}$. Die x-Achse und die Geraden $x = -2$ und $x = 1$ sind Asymptoten von G_u.



Zur Bearbeitung der folgenden Teilaufgaben können benötigte Werte aus der Abbildung näherungsweise abgelesen werden.

5 a) Geben Sie die Nullstellen von g an. Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_u und G_g.

5 b) Begründen Sie, dass G_g in $x = -2$ und $x = 0$ waagrechte Tangenten hat.

5 c) Zeigen Sie, dass für alle Schnittpunkte von G_u und G_g gilt: $g'(x) = -u'(x)$. Ermitteln Sie $g'(-1)$, indem Sie $u'(-1)$ möglichst genau aus obiger Abbildung ablesen. (Entsprechende Hilfslinien sind einzuzeichnen.)

3 d) Geben Sie $g(0)$ an. Skizzieren Sie in obige Abbildung unter Berücksichtigung der gewonnenen Ergebnisse einen möglichen Graphen G_g.

40