

BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem ist die Geradenschar

$$g_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a+2 \end{pmatrix}$$

mit $a, \lambda \in \mathbb{R}$ gegeben. Die Punkte $A(10|0|0)$, $B(0|5|0)$ und $C(0|0|5)$ bestimmen eine Ebene, die mit E bezeichnet wird.

- 3 1. a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.
[mögliches Ergebnis $E : x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 10 = 0$]
- 3 b) Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen der Geraden g_{-1} und der Ebene E .
- 4 c) Zeigen Sie, dass die Gerade g_{-2} in der Ebene E liegt und echt parallel zur Geraden AB ist.
- 5 2. a) Der Punkt C wird an der Geraden AB gespiegelt. Ermitteln Sie die Koordinaten des Spiegelpunkts C^* . [Ergebnis: $C^*(4|8|-5)$]
- 4 b) Weisen Sie nach, dass das Drachenviereck AC^*BC den Flächeninhalt 75 hat.
- 6 c) Die Gerade g_{-2} schneidet die Strecke $[AC]$ im Punkt $A'(8|0|1)$ und zerlegt das Dreieck ABC in zwei Teile (Nachweis nicht erforderlich). Berechnen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte dieser beiden Teile.
3. In der Ebene $H : x_3 = 3$ liegen zwei parallele Schienen s_1 und s_2 . Die Schiene s_1 wird durch die Gerade $s_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\tau \in \mathbb{R}$ dargestellt. Auf den Schienen s_1 und s_2 ruht eine Kugel mit dem Mittelpunkt $M(18|28|5)$ und dem Radius $r = 3$.
- 6 a) Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts S , in dem die Kugel die Schiene s_1 berührt. [Ergebnis: $S(20|27|3)$]
- 5 b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schiene s_2 .
- 4 c) Die Kugel wird nun angestoßen und rollt auf die Ebene E zu. Geben Sie eine Gleichung der Geraden m an, auf der sich dabei der Mittelpunkt der Kugel bewegt. Begründen Sie, weshalb der Punkt, in dem die Kugel schließlich die Ebene E berührt, nicht mit dem Schnittpunkt von m und E zusammenfällt.