

II.

Name:.....
(vom Prüfling einzutragen)

BE

1. Im Eingangsbereich eines Unternehmens soll das Firmenlogo im Boden eingelassen werden. Abb. 1 zeigt den Entwurf des Architekten nach Wahl eines geeigneten Koordinatensystems:

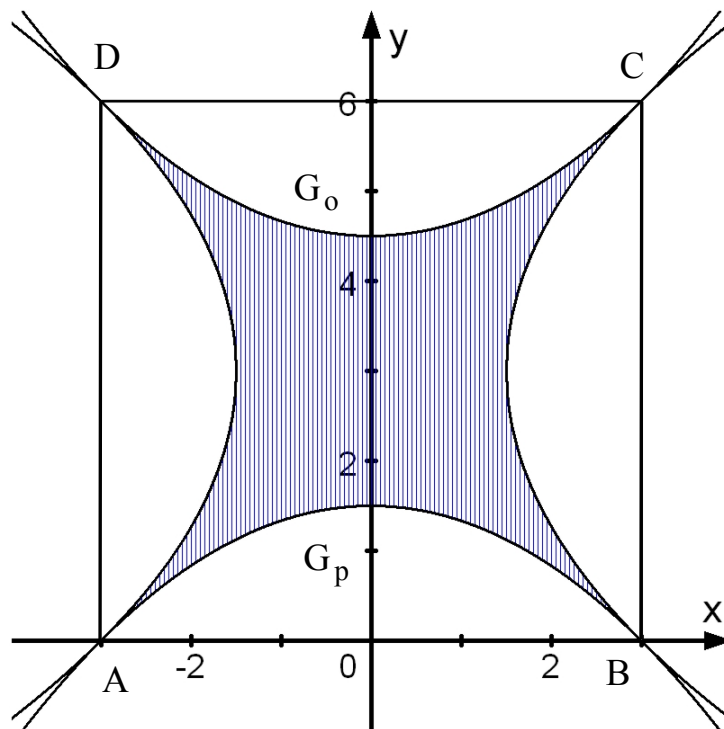


Abb. 1

Im Quadrat ABCD schneiden vier kongruente parabelförmige Bögen die in Abb. 1 schraffierte Figur aus. Die untere Parabel G_p ist der Graph der quadratischen Funktion p mit $D_p = \mathbb{R}$. G_p schneidet die x -Achse in den Punkten $A(-3|0)$ und $B(3|0)$. Die Diagonalen des Quadrats sind zugleich Tangenten an die Parabeln in den Punkten A und C bzw. B und D .

6

- a) Geben Sie die Werte der Ableitung von p in den beiden Nullstellen an und bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion p .

[Zur Kontrolle: $p(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 1,5$]

6

- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Figur, wenn die Seitenlänge des Quadrats ABCD in der Eingangshalle 6 m beträgt.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE
4
3
4
3
2
6
9
40

2. Die Graphen der linken, rechten und oberen Parabel in Abb. 1 gehen aus G_p durch Spiegelung und Verschiebung hervor. Daher können die zugehörigen Funktionsterme aus dem Funktionsterm von p entwickelt werden.

a) Erklären Sie zunächst allgemein, wie die Graphen zu den Zuordnungsvorschriften $x \mapsto p(x) + a$ bzw. $x \mapsto p(x + b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ durch Verschiebung aus G_p entstehen.

b) Begründen Sie ohne Rechnung, dass zum Graphen G_o der oberen Parabel in Abb. 1 die Zuordnungsvorschrift $x \mapsto -p(x) + 6$ gehört.

c) p ist in $[0; +\infty[$ umkehrbar. Ergänzen Sie den Graphen der zugehörigen Umkehrfunktion p^{-1} in Abb. 1.

Kennzeichnen Sie in Abb. 1 den Teil der Umrandung der schraffierten Figur, zu dem die Zuordnungsvorschrift $x \mapsto p^{-1}(x + 3) + 3$ gehört.

3. Betrachtet wird nun die Funktion

$$f : x \mapsto f(x) = \frac{p(x)}{x^2} = -\frac{1}{6} + \frac{1,5}{x^2}$$

mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (mit p aus Aufgabe 1). Der Graph G_f der Funktion f ist zusammen mit G_p in Abb. 2 dargestellt.

Gemäß der Definition von f stimmen die Nullstellen von f mit den Nullstellen von p überein.

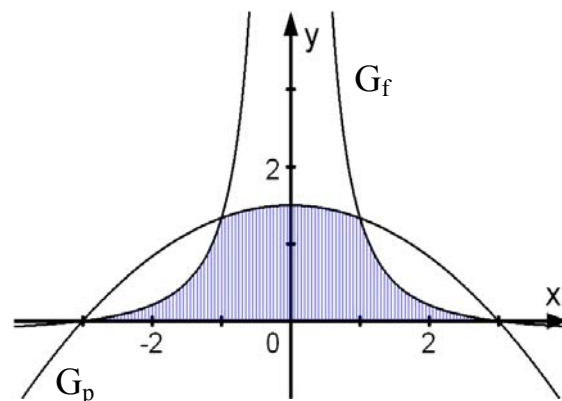


Abb. 2

a) Weisen Sie nach, dass G_f achsensymmetrisch ist und untersuchen Sie das Verhalten von G_f für $x \rightarrow +\infty$.

b) Ermitteln Sie die Gleichungen der Tangenten an G_f in den beiden Nullstellen.

c) Bestätigen Sie, dass $S(1 | \frac{4}{3})$ ein weiterer Schnittpunkt von G_f und G_p ist. Berechnen Sie den Flächeninhalt des in Abb. 2 schraffierten Flächenstücks, das von G_f , G_p und der x -Achse begrenzt wird.