

### GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

#### V.

BE

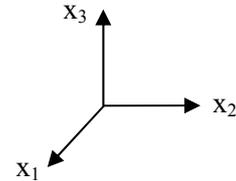
Die Punkte  $A(6|4|5)$ ,  $B(4|4|3)$ ,  $C(3|4|4)$  und  $D(3|0|4)$  bilden eine dreiseitige Pyramide ABCD mit Spitze in D.

4

1. a) Zeigen Sie, dass die Grundfläche ABC dieser Pyramide ein rechtwinkliges Dreieck ist.

4

b) Tragen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem ein (vgl. Skizze).



5

c) Stellen Sie eine Gleichung der Ebene E, in der die Grundfläche ABC der Pyramide liegt, in Normalenform auf.

4

d) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

3

e) Ein Schatten der Pyramide in der  $x_1x_2$ -Ebene entsteht durch Parallelprojektion in Richtung des Vektors  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ . Zeichnen Sie diesen Schatten in das Koordinatensystem ein.

4

f) Durch Verschieben der Pyramidenspitze entlang einer Geraden entstehen weitere Pyramiden mit Grundfläche ABC. Für welche Gerade erhält man dabei Pyramiden, die bei der genannten Projektion denselben Schatten wie die ursprüngliche Pyramide ABCD werfen? Begründen Sie, warum jede dieser Pyramiden den gleichen Rauminhalt besitzt.

2. Man stelle sich die Gerade AD als Flugroute eines Passagierflugzeugs vor sowie einen Sportflieger, der entlang einer Geraden durch den Punkt

$(0|-7|0)$  in Richtung des Vektors  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  fliegt.

9

a) Weisen Sie nach, dass die Flugbahn des Sportfliegers die des Passagierflugzeugs kreuzt und berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Flugbahnen. Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Flugbahnen?

7

b) Man stelle sich zudem den Punkt B als Gipfel eines steilen Berges vor. Wie nahe fliegt der Sportflieger am Gipfel vorbei?

40