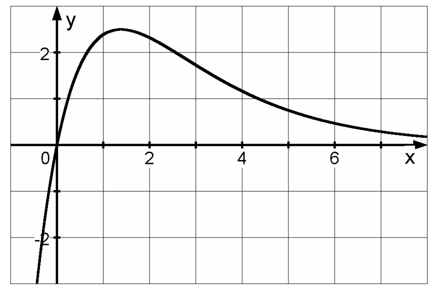
LM1. INFINTESIMALRECHNUNG

BE

I.

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x)=10\left(e^{-\frac{x}{2}}-e^{-x}\right)$.

Der zugehörige Graph ist nebenstehend skizziert.



1. Untersuchen Sie durch Rechnung

3 a) das Verhalten von f für $x \to +\infty$ und für $x \to -\infty$,

4 b) in welchen Intervallen die Funktionswerte von f positiv bzw. negativ sind,

6 c) Lage und Art des Extrempunkts des Graphen von f.

[Zur Kontrolle: $H(2\ln 2 \mid 2{,}5)$]

7 2. Einem Patienten wird zum Zeitpunkt x = 0 eine bestimmte Menge eines Medikaments verabreicht. Der obige Term f(x) beschreibt die Konzentration dieses Medikaments (Anzahl der Milliliter pro Liter Blut) nach x Stunden.
Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Konzentration auf 75 % ihres Höchstwerts abgesunken ist.

3. Nun werden die in $\mathbb{R}$ definierten Integralfunktionen $F_a : x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ betrachtet ($a \in \mathbb{R}$). Der Graph von F_a wird mit G_a bezeichnet.

4 a) Bestimmen Sie das Monotonie- und das Krümmungsverhalten von G_a ohne Ausführung der Integration (kurze Begründung).

9 b) Bestimmen Sie eine integralfreie Darstellung von $F_0(x)$ und zeigen Sie, dass gilt: $\lim\limits_{x\to+\infty} F_0(x)=10$.

Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunkts von G_0. Skizzieren Sie G_0 unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse.

7 c) Erklären Sie, warum jede Funktion F_a mit a > 0 genau zwei Nullstellen hat (explizite Berechnung der Nullstellen nicht verlangt).

Erläutern Sie, warum es Funktionen F_a mit a < 0 gibt, die genau eine Nullstelle haben.

40