BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{(x+2)^2}{x^2}$ mit Definitionsbereich

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

6 1. a) Ermitteln Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs. Untersuchen Sie G_f auf gemeinsame Punkte mit der waagrecht Asymptote.

6 b) Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts E von G_f ohne Verwendung der zweiten Ableitung.

$$[\text{zur Kontrolle: } f'(x) = -4 \cdot \frac{x+2}{x^3}]$$

3 c) Machen Sie ohne weitere Rechnung plausibel, dass G_f im zweiten Quadranten einen Wendepunkt hat.

6 d) Berechnen Sie $f(-0,75)$, $f(1)$, $f(2)$ und $f(6)$.

Zeichnen Sie G_f unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse. Berücksichtigen Sie dabei, dass der einzige Wendepunkt von G_f der Punkt $W(-3 | \frac{1}{9})$ ist (Nachweis nicht erforderlich).

9 e) Der Extrempunkt E und der Punkt $P(-1 | y_p)$ des Graphen G_f legen die Strecke $[EP]$ fest. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die diese Strecke mit G_f einschließt.

(Hinweis: Formen Sie zur Bestimmung einer Stammfunktion von f den Funktionsterm in eine Summe um.)

2. Gegeben ist nun zusätzlich die Geradenschar $g_a : x \mapsto ax - 2a + 4$ mit $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$.

4 a) Zeigen Sie, dass alle Schargeraden durch den Punkt $Q(2 | 4)$ verlaufen. Bestimmen Sie den Wert von a , für den die Gerade g_a Tangente an G_f im Punkt Q ist.

6 b) Wie viele Geraden der Schar haben mit G_f genau zwei Punkte gemeinsam? (Überlegung am Graphen genügt.) Beschreiben Sie jeweils die Lage dieser Geraden und zeichnen Sie die Geraden in das Koordinatensystem von Aufgabe 1d ein.