

GM2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

BE	III.
	Bei einem Fußball-Turnier stehen die Mannschaften von Althausen (A) und Burgdorf (B) im Endspiel.
	1. Der Trainer von A stellt seine Mannschaft zusammen. Hierfür werden vier der sieben verfügbaren Abwehrspieler, vier der fünf Mittelfeldspieler, zwei der sechs Angriffsspieler und einer der drei Torhüter ausgewählt.
3	a) Wie viele Möglichkeiten hat der Trainer, seine Mannschaft zusammenzustellen?
4	b) Vor dem Spiel sollen sich die elf ausgewählten Spieler für ein Gruppenfoto so in eine Reihe stellen, dass die Abwehr-, die Mittelfeld- und die Angriffsspieler jeweils nebeneinander stehen und der Torwart am Rand steht. Wie viele Möglichkeiten gibt es hierfür?
4	2. Für den Torhüter beträgt die Wahrscheinlichkeit 2 %, dass er während des Spiels verletzt wird und ausgewechselt werden muss; für jeden der zehn Feldspieler liegt der entsprechende Wert bei 5 %. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird im Laufe des Spiels keiner der 11 Akteure einer Mannschaft wegen Verletzung ausgewechselt?
	3. Da das Spiel nach Ablauf der regulären Spielzeit unentschieden steht, folgt ein Elfmeterschießen. Im Folgenden kann vereinfachend davon ausgegangen werden, dass jeder Spieler von A mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % einen Elfmeter verwandelt, während jeder Spieler von B eine Trefferquote von 70 % hat.
5	a) Wie viele Elfmeter muss Mannschaft A mindestens schießen, damit sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99,9 % mindestens einen Treffer erzielt?
	Als Alternativen zum üblichen Ablauf eines Elfmeterschießens werden die beiden in den folgenden Teilaufgaben 3b und 3c behandelten Verfahren vorgeschlagen.
6	b) Beide Mannschaften schießen je dreimal. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Elfmeterduell unentschieden endet.
6	c) Die Schützen der beiden Mannschaften treten paarweise gegeneinander an: Ein Spieler von A und einer von B schießen je einmal; liegt danach eine Mannschaft in Führung, endet das Spiel sofort, anderenfalls wird das Verfahren mit dem nächsten Spielerpaar wiederholt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde bei diesem Vorgehen nach drei angetretenen Paaren immer noch kein Sieger feststehen?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	4. Der Torhüter von Mannschaft A behauptet, dass er einen Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 75 % verwandelt.
4	a) Man ist bereit, die Behauptung des Torhüters zu akzeptieren, wenn er von 30 Elfmeter mindestens 24 verwandelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Trefferquote des Torhüters irrtümlich für höher als 75 % gehalten?
5	b) Die Nullhypothese $H_0 : p \leq 75 \%$ soll auf dem Signifikanzniveau von 5 % bei einem Stichprobenumfang von 30 Elfmeter getestet werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.
3	c) Geben Sie an, wie sich die in Teilaufgabe 4a ermittelte Irrtumswahrscheinlichkeit tendenziell ändern würde, wenn man den Stichprobenumfang von 30 auf 60 und die Mindesttrefferzahl entsprechend von 24 auf 48 verdoppeln würde. Erläutern Sie, wie Sie zu Ihrer Antwort gekommen sind.
40	