

BE	VI.	
	In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(4 -1 4)$, $B(6 7 4)$ und $C(6 7 8)$ sowie die Ebene $E: x_3 - 6 = 0$ gegeben.	
4	1. a)	Bestätigen Sie, dass das Dreieck ABC bei B rechtwinklig ist, und beschreiben Sie, welche besondere Lage bezüglich der x_1x_2 -Ebene die beiden Katheten des Dreiecks jeweils haben.
4	b)	Das Dreieck ABC kann durch einen vierten Punkt D zu einem Rechteck ergänzt werden. Berechnen Sie die Koordinaten von D und tragen Sie das Rechteck ABCD in ein Koordinatensystem ein (vgl. Skizze).
4	c)	Begründen Sie, dass die Ebene E Symmetrieebene des Rechtecks ABCD ist.
	2.	Bei Rotation des Rechtecks ABCD um die Achse AB entsteht ein gerader Kreiszylinder als Rotationskörper.
3	a)	Begründen Sie, dass eine Mantellinie dieses Zylinders die x_1x_2 -Ebene berührt. Ergänzen Sie Ihre Zeichnung um diese Mantellinie.
3	b)	Berechnen Sie den Winkel, den diese Mantellinie mit der x_1 -Achse einschließt.
4	c)	Bei der Rotation umkreist der Punkt C die Grundfläche G des Zylinders. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F, in der G liegt.
		[mögliches Ergebnis: $F: x_1 + 4x_2 - 34 = 0$]
4	d)	Rollt man den Zylinder auf der x_1x_2 -Ebene, so berührt die Grundfläche G diese Ebene in Punkten einer Geraden g. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g.
		[mögliches Ergebnis: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$]
5	e)	Zeigen Sie, dass die Gerade g in der x_1x_2 -Ebene durch die Gleichung $x_2 = -\frac{1}{4}x_1 + 8,5$ beschrieben wird, und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die g mit der x_1 -Achse und der x_2 -Achse einschließt.
5	f)	Die Ebene E und der Zylinder schneiden sich in einem Rechteck R. Berechnen Sie den Flächeninhalt von R.
4	g)	S ist der Diagonalschnittpunkt des Rechtecks R. Welche besondere Lage hat S im Rechteck ABCD? Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S und beschreiben Sie Art und Lage der Kurve, auf der sich der Punkt S bei der Rotation um die Achse AB bewegt.
40		