

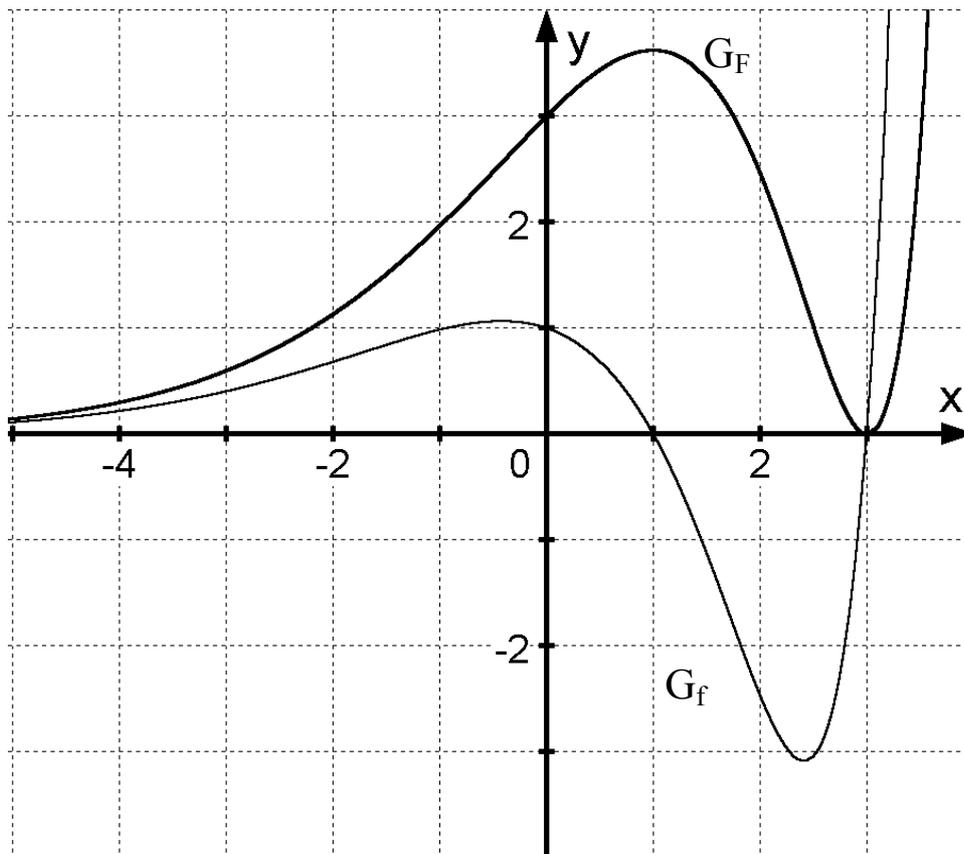
LM1. INFINITESIMALRECHNUNG

BE

I.

Das Schaubild zeigt den Graphen G_f einer in ganz \mathbb{R} definierten, stetigen Funktion f und den Graphen G_F einer Stammfunktion F von f .

Die Achsenschnittpunkte beider Graphen sowie der Berührungspunkt von G_F mit der x -Achse haben ganzzahlige Koordinaten.



- 6 1. a) Erläutern Sie, dass das dargestellte Monotonieverhalten von G_F sowie das dargestellte Krümmungsverhalten von G_F in Einklang damit stehen, dass F Stammfunktion von f ist.
- 3 b) G_f und die x -Achse umranden im 4. Quadranten ein Flächenstück. Bestimmen Sie dessen Inhalt mit Hilfe von G_F auf eine Dezimale genau.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE
6
9
6
3
7
40

2. Es gilt: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der im Schaubild dargestellten Achsen-schnittpunkte von G_f die Werte der Parameter a, b und c .

$$[\text{zur Kontrolle: } f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 4x + 3)e^x]$$

b) Ermitteln Sie mit Hilfe partieller Integration einen Term für F und überprüfen Sie Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe 1b.

$$[\text{zur Kontrolle: } F(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9)e^x]$$

c) Bestimmen Sie $\int_{-\infty}^3 f(x)dx$ und deuten Sie das Ergebnis geometrisch.

3. f und F (vgl. Teilaufgabe 2) gehören zur Funktionenschar

$$g_k : x \mapsto \frac{1}{3}(x-3)(x-k)e^x \text{ mit der Definitionsmenge } \mathbb{R} \text{ und } k \in \mathbb{R}.$$

a) Für welchen Parameterwert k erhält man f , für welchen F ? Geben Sie den gemeinsamen Punkt aller Schargraphen an.

b) f besitzt als einzige Funktion der Schar eine Stammfunktion, die ebenfalls der Schar angehört. Zeigen Sie dies, beispielsweise indem Sie für zwei verschiedene Parameterwerte k_1 und k_2 $g'_{k_1}(x)$ berechnen und mit $g_{k_2}(x)$ vergleichen.