BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Ebene
E: $x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 36 = 0$, der Punkt $P(8|6|8)$ und durch P die Geradenschar

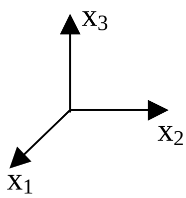
$$g_t: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2-2t \\ -4+t \\ 5 \end{pmatrix} \text{ mit } t, \lambda \in \mathbb{R} \text{ gegeben.}$$

3 1. a) Zeigen Sie, dass alle Geraden g_t in der Ebene E liegen.

7 b) Weisen Sie nach, dass alle Geraden g_t die x_1x_2-Ebene schneiden, und geben Sie eine Gleichung der Geraden s an, auf der diese Schnittpunkte liegen.

[Mögliches Teilergebnis: $s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 14 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \sigma \in \mathbb{R}$]

4 c) Legen Sie ein Schrägbild des Koordinatensystems an (ganze Seite, Ursprung in Blattmitte, Maßstab geeignet wählen) und tragen Sie den Punkt P, die Gerade s sowie drei beliebige Geraden der Geradenschar g_t ein.



3 d) Geben Sie eine Gleichung für die Gerade an, die durch P läuft, in der Ebene E liegt, aber nicht der Geradenschar g_t angehört.

7 2. a) Q ist die senkrechte Projektion von P auf die x_1x_2-Ebene. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S auf der Geraden s so, dass das Dreieck PQS minimalen Flächeninhalt hat. Tragen Sie das Dreieck in die Zeichnung aus Aufgabe 1c ein. [Zur Kontrolle: $S(11{,}2|12{,}4|0)$]

5 b) Jede Gerade g_t schließt mit ihrer Projektion auf die x_1x_2-Ebene einen spitzen Winkel α_t ein. Begründen Sie, warum α_t maximal den Wert von $\sphericalangle PSQ$ annehmen kann.

5 3. a) Eine Kugel K mit Mittelpunkt M und Radius r = 3 berührt die Ebene E im Punkt P. Dabei liegt M in dem Halbraum bezüglich E, der den Ursprung nicht enthält. Bestimmen Sie die Koordinaten von M.

6 b) Der Punkt L liegt auf der Halbgeraden [PM und hat von E den Abstand d = 8. Die Tangenten, die von L aus an die Kugel K gelegt

40

werden können, schneiden die Ebene E in einem Kreis. Berechnen Sie den Radius R dieses Kreises.