

BE	LM1. INFINITESIMALRECHNUNG	
	I.	
	Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_k : x \mapsto (k^2 x + k) e^{-kx}$ mit $k \in \mathbb{R}^+$. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.	
4	1.	a) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von G_k mit den Koordinatenachsen und untersuchen Sie das Verhalten von f_k für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$.
5		b) Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts von G_k .
		[zur Kontrolle: $f'_k(x) = -k^3 x e^{-kx}$]
9		c) Zeigen Sie, dass G_k genau einen Wendepunkt W_k besitzt, und geben Sie dessen Koordinaten an. Weisen Sie nach, dass $ey = k(3 - kx)$ eine Gleichung der Wendetangente t_k ist. Geben Sie eine Gleichung der Kurve C an, auf der alle Punkte W_k liegen.
5		d) Berechnen Sie $f_1(1,6)$. Zeichnen Sie unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse G_1 und t_1 in ein gemeinsames Koordinatensystem im Bereich $x \in [-1,5; 4]$ (Längeneinheit 2 cm).
4	2.	a) Durch $F(x) = (ax + b) e^{-x}$ ist eine Stammfunktion von f_1 gegeben. Bestimmen Sie a und b .
3		b) Der Graph G_1 und die Koordinatenachsen begrenzen im ersten Quadranten ein Flächenstück, das sich ins Unendliche erstreckt. Zeigen Sie, dass dieses Flächenstück einen endlichen Inhalt besitzt.
5	3.	Begründen Sie, dass die Einschränkung von f_1 auf $\mathbb{R}^+$ eine Umkehrfunktion h besitzt, und geben Sie deren Definitions- und Wertebereich an. Der Term von h soll nicht explizit ermittelt werden. Begründen Sie, an welcher Stelle die Ableitung von h ein lokales Extremum aufweist. Bestimmen Sie den Wert der Ableitung von h an dieser Stelle.
	4.	Der Funktionswert $f_1(t)$ sei die Maßzahl für die Masse einer Substanz in Abhängigkeit von der Zeit. Dabei ist t die Maßzahl der von Messbeginn an in Sekunden gemessenen Zeit ($t \geq 0$).
3		a) Zu welchem Zeitpunkt ist die Massenabnahme am stärksten? Begründen Sie Ihre Antwort.
2		b) Nach T Sekunden ist die Anfangsmasse auf die Hälfte abgesunken. Bestimmen Sie ein Intervall der Länge $\frac{1}{10}$, in dem T liegt.
40		